

Adı- Soyadı:

Numara:

**MAT204 ANALİTİK GEOMETRİ II DERSİ VİZE SINAVI**

**Soru 1)**  $\phi(x, y) = x^2 - 4xy + 4y^2 - 4 = 0$  koniğini merkezil hale getirip şeklini çiziniz.

**Soru 2)**  $\lambda x^2 + (\lambda + 1)xy + (\lambda + 1)y^2 + 2x - y = 0$  konik ailesindeki koniklerin sınıfını  $\lambda$  nin durumuna göre inceleyiniz.

**Soru 3)**  $2x^2 - xy + y^2 - x + y = 0$  koniği için

- i) Merkezini bulunuz.
- ii)  $x + y$  doğrusuna dik olan çap denklemini bulunuz.

**Soru 4)**  $x^2 - 3xy + 4y^2 + 2x - y + 1 = 0$  koniğinin

- i)  $2x - y + 1$  doğrusuna paralel olan çap denklemini bulunuz.
- ii)  $A(3, 2)$  noktasından geçen çap denklemlerini bulunuz.

**Soru 5)**  $x^2 - xy + y^2 + x - y + 2 = 0$  koniğinin

- i) Eksen denklemlerini bulunuz.
- ii) Asimptotlarını bulunuz.

  
Prof. Dr. Emin KASAP

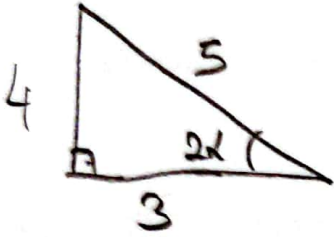
Örnek:  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 4 = 0$  konigini standart forma

$$4AC - B^2 = 0 \quad \text{Parabol}$$

geliş  
grafi

Dönme:  $A=1 \quad B=-4 \quad C=4$

$$\tan 2\alpha = \frac{B}{A-C} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$



$$\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\frac{3}{5} + 1 = \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{4}{5} = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{5}} x' - \frac{1}{\sqrt{5}} y' = \frac{1}{\sqrt{5}} (2x' - y')$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}} x' + \frac{2}{\sqrt{5}} y' = \frac{1}{\sqrt{5}} (x' + 2y')$$

$x'y'$  düz deniz elde edelim.

$$\frac{1}{5} (4x'^2 + y'^2 - 4x'y') - \frac{4}{5} (2x'^2 + 4x'y' - x'y' - 2y'^2) + \frac{4}{5} (x'^2 + 4x'y' + y'^2) - 4 = 0$$

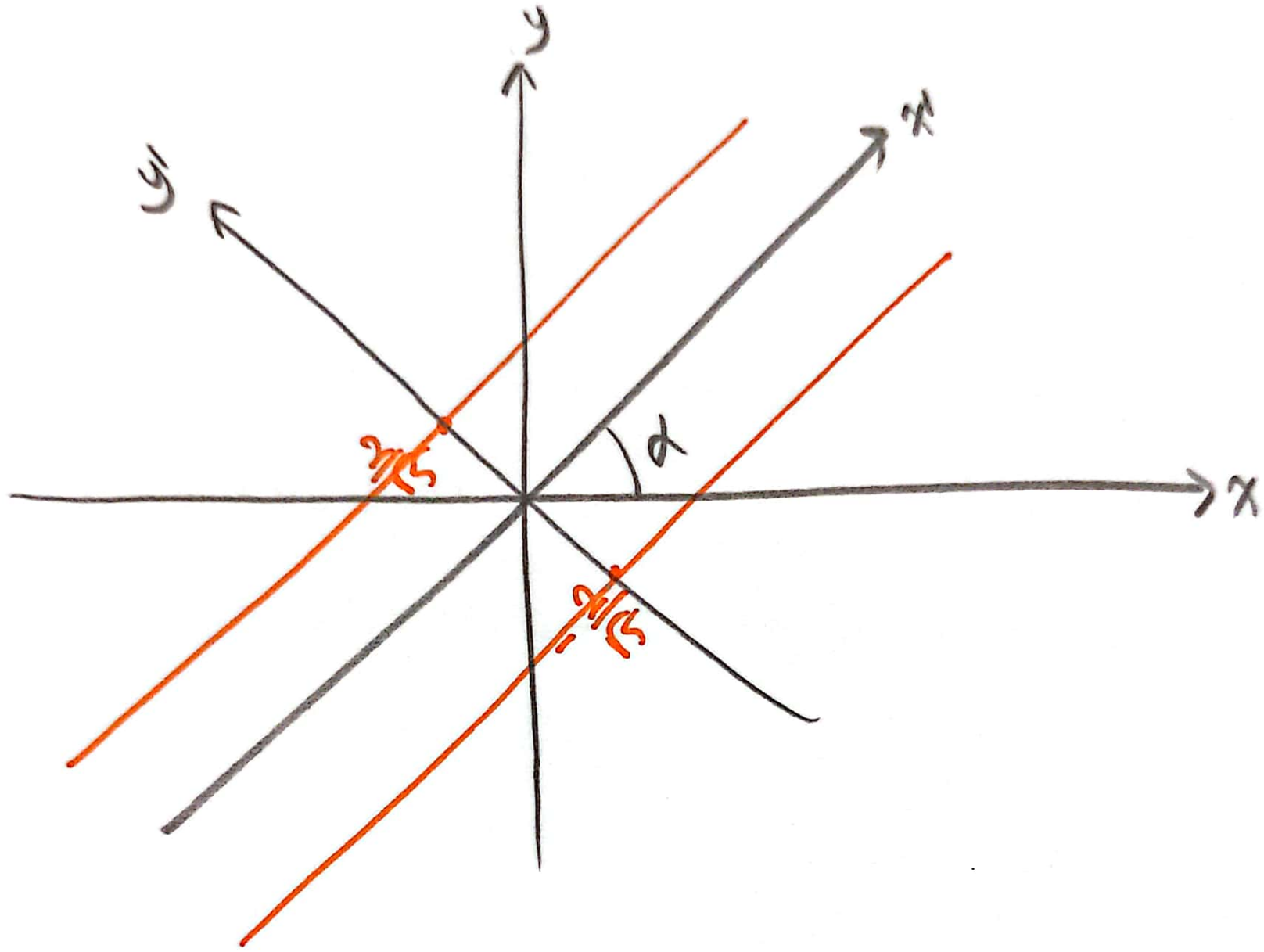
$$\left( \frac{1}{5} + \frac{8}{5} + \frac{16}{5} \right) y'^2 + \left( -\frac{4}{5} - \frac{16}{5} + \frac{16}{5} + \frac{4}{5} \right) x'y' - 4 = 0$$

$$5y'^2 - 4 = 0$$

$$y'^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow y' = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

paralel iki  
doğru (Ötelemeye  
geç  
kalmadı)

16



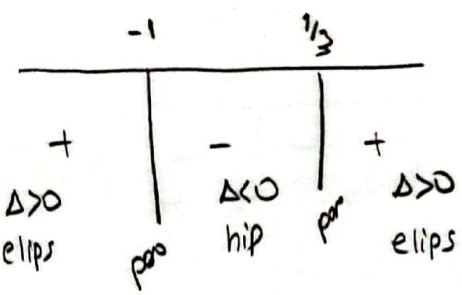
Soru:  $kx^2 + (k+1)xy + (k+1)y^2 + 2x - y = 0$  konik ailey bulom

A=k  
B=(k+1)  
C=k+1  
D=2  
E=-1  
F=0

$$4AC - B^2 = 4 \cdot k \cdot (k+1) - (k+1)^2 = (k+1)(4k - k - 1)$$

$$(k+1)(3k-1) = 0$$

$$k_1 = -1 \quad k_2 = \frac{1}{3}$$



Daha detayli bakalim.

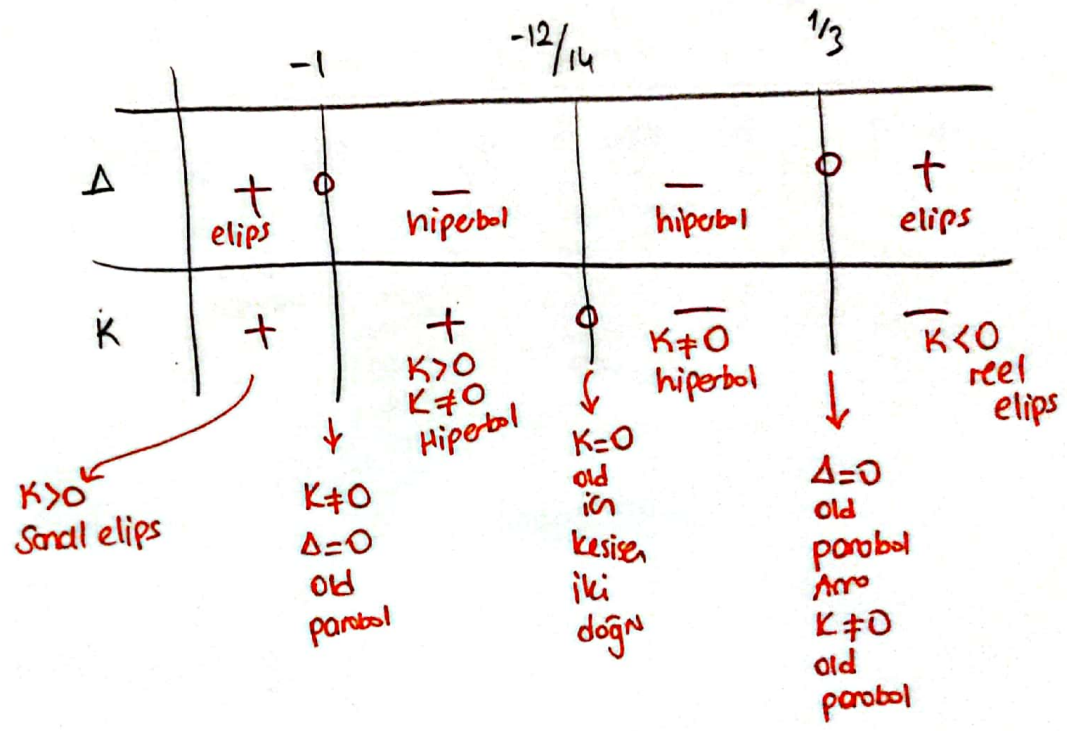
$$K = \begin{vmatrix} 2A & B & D \\ B & 2C & E \\ D & E & 2F \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2k & (k+1) & 2 \\ k+1 & 2k+2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2k & k+1 & 2 \\ k+1 & 2k+2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -2k - 2 - 2k - 2 - 4(2k+2) - 2k = 0$$

$$-4k - 4 - 8k - 8 - 2k = 0$$

$$-14k - 12 = 0 \quad K = -\frac{12}{14}$$



$$\text{Soru: } 2x^2 - xy + y^2 - x + y = 0$$

i) Merkezini bul.  $M(x_0, y_0)$  olsun

$$\phi_x = 4x - y - 1$$

$$\phi_y = -x + 2y + 1$$

$$\phi_x|_M = 0 \Rightarrow 4x_0 - y_0 = 1$$

$$\Rightarrow 7x_0 = 1$$

$$\phi_y|_M = 0 \Rightarrow \underline{-x_0 + 2y_0 = -1}$$

$$x_0 = \frac{1}{7}, \quad y_0 = -\frac{3}{7}$$

$$M\left(\frac{1}{7}, -\frac{3}{7}\right)$$

ii)  $x+y$  doğrusuna dik çap denk

$$\downarrow$$
$$m_d = -1 \Rightarrow m_d \cdot m' = -1$$

$$-1 \cdot m' = -1 \Rightarrow m' = 1$$

omak,

$$(m+m')B + 2Cmm' + 2A = 0$$

$$(m+1)(-1) + 2 \cdot 1 \cdot m \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 0$$

$$-m - 1 + 2m + 4 = 0$$

$$\boxed{m = -3}$$

Ortalde çap den

$$\phi_x - 3\phi_y = 0$$

$$4x - y - 1 + 3x - 6y - 3 = 0$$

$$\boxed{7x - 7y - 4 = 0}$$

Soru:  $x^2 - 3xy + 4y^2 + 2x - y + 1 = 0$

i)  $2x - y + 1$  doğrusunu paralel

$$m_1 = 2 \Rightarrow m' = 2$$

$$(m+m')B + 2Cmm' + 2A = 0$$

$$(m+2)(-3) + 2 \cdot 4 \cdot m \cdot 2 + 2 = 0$$

$$-3m - 6 + 16m + 2 = 0$$

$$13m - 4 = 0 \quad m = \frac{4}{13}$$

0 halde çap denklemi

$$\phi x + \frac{4}{13} \phi y = 0$$

$$2x - 3y + 2 + \frac{4}{13}(-3x + 8y - 1) = 0$$

$$26x - 39y + 26 - 12x + 32y - 4 = 0$$

$$\boxed{14x - 7y + 22 = 0}$$

ii)  $\phi x + m\phi y = 0$

$$\begin{matrix} (2x - 3y + 2) + m(-3x + 8y - 1) = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad \quad 2 \quad \quad \quad -9 + 16 - 1 \end{matrix}$$

$$2 + m \cdot 6 = 0$$

$$6m = -2 \quad m = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \phi x - \frac{1}{3} \phi y = 0$$

$$2x - 3y + 2 - \frac{1}{3}(-3x + 8y - 1) = 0$$

$$6x - 9y + 6 + 3x - 8y + 1 = 0$$

$$\boxed{9x - 17y + 7 = 0}$$

Soru)  $x^2 - xy + y^2 + x - y + 2 = 0$

i) Eksenleri bulunuz.

$B = -1$   
 $A = 1$   
 $C = 1$

$$m^2 B + 2(A - C)m - B = 0$$
$$-m^2 + 1 = 0 \quad m^2 = 1$$

$m \cdot m' = -1$

$m_1 = 1$   
 $m_2 = -1$

$$\Phi_x + \Phi_y = 0$$

$$\Phi_x - \Phi_y = 0$$

$$(2x - y + 1) + (-x + 2y - 1) = 0$$

$$2x - y + 1 + x - 2y + 1 = 0$$

$$x + y = 0$$

$$3x - 3y + 2 = 0$$

ii)  $\Rightarrow$  Asimptotları bul

$$m = m'$$

$$Cm^2 + Bm + A = 0$$

$$C = 1$$

$$A = 1$$

$$B = -1$$

$$m^2 - m + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0 \quad \text{Kök yok } m \text{ yok.}$$

Asimptot yok

$$\Delta = 4AC - B^2$$

$$4 \cdot 1 \cdot 1 - 1 > 0 \quad \text{elips imis.}$$

Elipsin asimptotu yoktur.