

Adı Soyadı : Cevap Anahitan
Numara :

21.01.2025

**MAT 301 DİFERANSİYEL GEOMETRİ I BÜTÜNLEME SINAVI
SORULARI**

SORU 1: E^n de $X, Y, Z \in \chi(E^n)$ diferansiyellenebilir vektör alanları için
 $D_X(Y+Z) = D_X Y + D_X Z$
olduğunu ispatlayınız.

SORU 2: $\vec{V} = (2, 2, -1) \in \mathbb{R}^3, P = \left(\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}\right) \in E^3$ verilsin. $f = x_1 \sin x_2 + x_3 \cos x_2 + 2x_2 x_3$
fonksiyonu için $\vec{V}_P[f]$ yöne göre türevini bulunuz.

SORU 3: $X = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} + x_1^2 x_3^2 \frac{\partial}{\partial x_2} + (x_2^3 - x_3) \frac{\partial}{\partial x_3}$ vektör alanı için $\text{rot}(X) = ?$

SORU 4: $F: E^n \rightarrow E^m$ dönüşümünün F türev dönüşümüne
 $\phi = \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \Big|_P, 1 \leq i \leq n \right\} \subset T_{E^n}(P)$ ve $\psi = \left\{ \frac{\partial}{\partial y_j} \Big|_{F(P)}, 1 \leq j \leq m \right\} \subset T_{E^m}(F(P))$
bazlarına göre karşılık gelen matrisi bulunuz.

SORU 5: $\alpha(t) = (1+t^2, t, 1-t^2)$ eğrisinin $t=0$ noktasındaki Frenet vektörlerini
bulunuz.

Not: Sorular eşit puanlı ve süre 90 dakikadır.

Başarılar
Prof.Dr. İsmail AYDEMİR

Dif Geo I Büt Cevap Anahita

1) Deflere bakınız

$$\cos x_2 + 2x_2$$

$$2) \vec{\nabla}_p [f] = \sum_{i=1}^3 v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_p = v_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_p + v_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_p + v_3 \frac{\partial f}{\partial x_3} \Big|_p$$

$$x_1 \cos x_2 - x_3 \sin x_2 + 2x_2$$

$$2 \cdot \sin \frac{x_2(p)}{0} + 2 \cdot \left[\frac{x_1(p)}{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\cos x_2(p)}{0} - \frac{x_3(p)}{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x_2(p)}{0} + \frac{2x_2(p)}{\frac{\pi}{2}} \right] - \frac{\cos x_2(p)}{0} - \frac{2x_2(p)}{0}$$

$$\pi + 2\pi - 1$$

$$3\pi - 1$$

$$3) \text{rot } X = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & x_1^2 x_3^2 & x_2^3 - x_3 \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial (x_2^3 - x_3)}{\partial x_2} - \frac{\partial (x_1^2 x_3^2)}{\partial x_3}, -\frac{\partial (x_2^3 - x_3)}{\partial x_1} + \frac{\partial (x_2)}{\partial x_3}, \frac{\partial (x_1^2 x_3^2)}{\partial x_1} - \frac{\partial (x_2)}{\partial x_2} \right)$$

$$= (3x_2^2 - 2x_1^2 x_3^2, 0, 2x_3^2 x_1 - 1) \neq$$

4) Deftere bakınız

$$5) \alpha(t) = (1+t^2, t, 1-t^2)$$

$$\alpha'(t) = (2t, 1, -2t)$$

$$\|\alpha'(t)\| = \sqrt{1+8t^2} \neq 1 \text{ birim hızı değil}$$

$$T(0) = ?$$

$$N(0) = ?$$

$$B(0) = ?$$

$$T(0) = \frac{\alpha'(0)}{\|\alpha'(0)\|} = (0, 1, 0)$$

$$N(0) = B(0) \wedge T(0)$$

$$\alpha''(t) = (2, 0, -2)$$

$$B(0) = \frac{\alpha'(0) \wedge \alpha''(0)}{\|\alpha'(0) \wedge \alpha''(0)\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1, 0, -1)$$

$$\alpha'(0) \wedge \alpha''(0) = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = (-2, 0, -2)$$

$$\|\alpha'(0) \wedge \alpha''(0)\| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

$$N(0) = B(0) \wedge T(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ -2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0, -1)$$