

Ad-Soyad:

16.01.2026

Numara:

KODLAMA TEORİSİ I DERSİ FİNAL SORULARI

- 1) i. $C = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + 2x_2 + x_3 \equiv 0 \pmod{3}\}$ kümesi lineer bir kod mudur? Gösteriniz. (15p)
- ii. $C = ?$ (10p)
- 2) F_2 üzerinde tanımlı $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ üreteç matrisli S lineer kodunun dualini belirleyiniz. (25p)
- 3) i. F_3 cismi üzerinde tanımlı $[4,2]$ parametrelili Hamming kodu için sendrom arama tablosu oluşturunuz. (10p)
- ii. 2100 vektörünü dekodlayınız. (5p)
- iii. Bu kod mükemmel kod mudur? Gösteriniz. (10p)
- 4) $t^3 - 1 = (t - 1)(t - \gamma)(t - \gamma^2) \in F_4[t]$ olmak üzere boyutu 2, uzunluğu 3 olan devirli kodların üreteç polinomlarını ve üreteç matrislerini bulunuz. (25p)

NOT: Sınav süreniz 90 dakikadır.

BAŞARILAR

CEVAPLAR

- 1) i) $0 + 2 \cdot 0 + 0 \equiv 0 \pmod{3}$
 $\Rightarrow (0, 0, 0) \in C \Rightarrow C \neq \emptyset$
 $C \subseteq F_3^3$
 $\forall (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \in C$ için $(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) \in C$ mi?
 $(x_1, x_2, x_3) \in C \Leftrightarrow x_1 + 2x_2 + x_3 \equiv 0 \pmod{3}$
 $(y_1, y_2, y_3) \in C \Rightarrow y_1 + 2y_2 + y_3 \equiv 0 \pmod{3}$
 $(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3)$
 $(x_1 + 2x_2 + x_3) + (y_1 + 2y_2 + y_3) = x_1 + y_1 + 2(x_2 + y_2) + x_3 + y_3 \equiv 0 \pmod{3}$
 $\Rightarrow (x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) \in C$
 $\forall (x_1, x_2, x_3) \in C, \forall \alpha \in F_3$ için $\alpha(x_1, x_2, x_3) \in C$ mi?

$$(x_1, x_2, x_3) \in C \Leftrightarrow x_1 + 2x_2 + x_3 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\alpha(x_1, x_2, x_3) = (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$$

$$\alpha x_1 + 2\alpha x_2 + \alpha x_3 = \alpha(x_1 + 2x_2 + x_3) \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow \alpha(x_1, x_2, x_3) \in C$$

$\therefore C$ linear koddur.

ii) $x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = 2x_1 + x_2$
 $(x_1, x_2, x_3) = x_1(102) + x_2(011)$ olduğundan $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ dur.

Burada

$$C = \{000, 011, 022, 102, 110, 121, 201, 212, 220\} \text{ dir.}$$

2) $G \sim \left[I : \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix} \right] \Rightarrow H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$S^1 = \{00000, 10010, 11101, 01111\}$$

3) i) $r=2, n=4, k=2, q=3$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Sinif Liderleri	Sindromlar
0000	00
0001	12
0002	21
0010	01
0100	10
0102	22
0200	02
2000	11
0010	20
0200	

ii) $S(2100) = 12$

$$x = 2100 - e_4 = 2100 - 0001 = 2102$$

$$iii) \quad d=3 \quad t=1$$

$$3^2 \cdot \left\{ \binom{4}{0} + \binom{4}{1} \cdot 2 \right\} = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$$

$\therefore$ Matricel bir koddu.

$$4) \quad F_4 = \{0, 1, x, x^2 = x+1\}$$

$$\deg(g(t)) = 3 - 2 = 1$$

$$g_1(t) = t - 1 \Rightarrow G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_2(t) = t - x \Rightarrow G = \begin{bmatrix} x & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_3(t) = t - x^2 \Rightarrow G = \begin{bmatrix} x^2 & 1 & 0 \\ 0 & x^2 & 1 \end{bmatrix}$$