

T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
FEN FAKÜLTESİ  
MAT312 - NÜMERİK ANALİZE GİRİŞ  
2025-2026 Bahar Dönemi Yarıyıl Sonu Sınavı

Ad-Soyad \_\_\_\_\_ Öğrenci No \_\_\_\_\_

**Sorular**

1. a. Sekant metodunun iterasyon formülünü yazınız ve formülde yer alan terimleri kısaca açıklayınız. (10 puan)  
b. Aşağıda verilen denklemin yaklaşık kökünü elde etmek için Sekant metodunu kullanınız. Başlangıç değerleri olarak  $x_0 = 1$  ve  $x_1 = 2$  alınız. Dört iterasyon yaparak elde edilen yaklaşık kökü virgülden sonra dört basamaklı olacak şekilde yazınız. (15 puan)

$$f(x) = x^3 - x - 1 = 0$$

2. Aşağıda verilen doğrusal denklem sistemini Gauss-Jordan metodunu kullanarak çözünüz ve çözüm kümesini bulunuz. (25 puan)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 10 \\2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &= 9 \\x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 8\end{aligned}$$

3. Aşağıda verilen veri noktaları için Lagrange interpolasyon polinomunu oluşturunuz. Elde ettiğiniz polinomu kullanarak  $f(2)$  değerini yaklaşık olarak hesaplayınız. (25 puan)

$x$	1	3	4
$f(x)$	3	7	13

4. a.  $f(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonunun bazı değerleri dört ondalık basamakla tabloda verilmiştir. (15 puan)

$i$	$x_i$	$f(x_i)$
0	4.0	2.0000
1	4.4	2.0976
2	4.8	2.1909

Yukarıdaki veriler kullanılarak Neville metodu ile  $f(4.5)$  değerine yaklaşımda bulunulmak istenmektedir. Bunun için aşağıda verilen tablodaki  $C$ ,  $E$  ve  $F$  değerlerini bulunuz.

$i$	$x_i$	$Q_{i,0}$	$Q_{i,1}$	$Q_{i,2}$
0	4.0	$A$		
1	4.4	$B$	$C$	
2	4.8	$D$	$E$	$F$

- b. (a) şıklında elde ettiğiniz  $C$ ,  $E$  ve  $F$  yaklaşık değerlerini gerçek değer ile karşılaştırınız. Her biri için mutlak hata değerini hesaplayınız. (10 puan)

Başarılar dilerim.

Prof. Dr. Mustafa Ali DOKUYUCU

**Notlar:**

- Süre 90 dakikadır.
- Soruların üzerine çözüm yapmayınız.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

şeklinde dir. Formüle  $x_{n-1}$  ve  $x_n$  ardışık iki yaklaşıklık değeri,  $x_{n+1}$  yeni yaklaşıklık değeri,  $f(x_n)$  ve  $f(x_{n-1})$  ise fonk. unun bu noktalardaki değerlerini ifade eder.

b.

$$n=1 \text{ için } \begin{matrix} n_0 = 1 \\ n_1 = 2 \end{matrix} \quad n_2 = n_1 - \frac{f(n_1)(n_1 - n_0)}{f(n_1) - f(n_0)} = 2 - \frac{5(2-1)}{5-(-1)} = \underline{1.1667}$$

$$n=2 \text{ için } n_3 = 1.1667 - \frac{f(1.1667)(1.1667-2)}{f(1.1667) - f(2)} \approx \underline{1.2531}$$

$$n=3 \text{ için } n_4 = 1.2531 - \frac{f(1.2531)(1.2531-1.1667)}{f(1.2531) - f(1.1667)} \approx \underline{1.3372}$$

$$n=4 \text{ için } n_5 = 1.3372 - \frac{f(1.3372)(1.3372-1.2531)}{f(1.3372) - f(1.2531)} \approx \underline{1.3299}$$

2. Verilen doğrusal denklemler sisteminin matrisi

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & -1 & 8 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1 \\ R_4 \rightarrow R_4 - 3R_1 \end{array} \quad \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -6 \\ 0 & -2 & -1 & -4 & -22 \end{array} \right]$$

$R_2$  ile  $R_3$  satırını yer değiştirirsek

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -6 \\ 0 & -3 & -1 & 0 & -11 \\ 0 & -2 & -1 & -4 & -22 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 \rightarrow R_1 - R_2 \\ R_3 \rightarrow R_3 + 3R_2 \\ R_4 \rightarrow R_4 + 2R_2 \end{array} \quad \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 & 16 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & -7 & 0 & -29 \\ 0 & 0 & -5 & -4 & -34 \end{array} \right]$$

Üçüncü satır,  $R_3 \rightarrow -1/7 R_3$  ile düzenlenirse

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 & 16 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 29/7 \\ 0 & 0 & -5 & -4 & -34 \end{array} \right] \begin{array}{l} R_1 \rightarrow R_1 - 3R_3 \\ R_2 \rightarrow R_2 + 2R_3 \\ R_4 \rightarrow R_4 + 5R_3 \end{array} \quad \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 25/7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 16/7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 29/7 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -93/7 \end{array} \right]$$

Dördüncü satır,  $R_4 \rightarrow -1/4 R_4$  ile düzenlenirse

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 25/7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 16/7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 29/7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 93/28 \end{array} \right] R_1 \rightarrow R_1 - R_4 \quad \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 16/7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 29/7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 93/28 \end{array} \right]$$

bulunur. Burada;

$$x_1 = \frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{16}{7}, \quad x_3 = \frac{29}{7}, \quad x_4 = \frac{93}{28}$$

ölerde bulunur.

3a. Verilen noktalar ve fonksiyondaki koşulları

$$(1, 3), (3, 7), (4, 13)$$

olup Lagrange temel polinomları;

$$L_0(x) = \frac{(x-3)(x-4)}{6}, \quad L_1(x) = -\frac{(x-1)(x-4)}{2}$$

$$L_2(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{3}$$

olup

$$P_2(x) = 3 \cdot L_0(x) + 7 \cdot L_1(x) + 13 \cdot L_2(x)$$

olduğundan;

$$P_2(x) = 3 \cdot \frac{(x-3)(x-4)}{6} - 7 \cdot \frac{(x-1)(x-4)}{2} + 13 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{3}$$

bulunur. Buradan gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$P_2(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + 5$$

elde edilir. İstenilen  $f(2)$  değeri için;

$$\begin{aligned} P_2(2) &= \frac{4}{3} \cdot 2^2 - \frac{10}{3} \cdot 2 + 5 \\ &= \frac{11}{3} \end{aligned}$$

olar. 0 halde;

$$f(2) \approx \frac{11}{3} \approx \underline{\underline{3.6667}}$$

olarak bulunur

4. a. Verilen tabloları kullanarak  $A = 2.0000$ ,  $B = 2.0976$ ,  
 $D = 2.1909$  olduğu açıklar. Yoklaşım yapılacak değer  $x = 4.5$  olduğu  
dikilte olursa,

$$Q_{i,j} = \frac{(x - x_{i-j}) Q_{i,j-1} - (x - x_i) Q_{i-4,j-1}}{x_i - x_{i-j}}$$

formülü uygulanırsa,

$$C \Rightarrow Q_{1,1} = \frac{(4.5 - 4.0)(2.0976) - (4.5 - 4.4)(2.0000)}{4.4 - 4.0} = \underline{2.1220}$$

$$E \Rightarrow Q_{2,1} = \frac{(4.5 - 4.4)(2.1909) - (4.5 - 4.8)(2.0976)}{4.8 - 4.4} = \underline{2.1209}$$

$$F \Rightarrow Q_{2,2} = \frac{(4.5 - 4.0) \cdot E - (4.5 - 4.8) \cdot C}{4.8 - 4.0} \approx \underline{2.1213}$$

bulunur.

b. Gerçek değer  $\sqrt{4.5} \approx 2.121320$

olup;

C için mutlak hata:  $|2.1220 - 2.12132| \approx 0.00068$

E " " " :  $|2.1209 - 2.12132| \approx 0.00042$

F " " " :  $|2.1213 - 2.12132| \approx 0.00002$

bulunur. Buradan en iyi yaklaşımı  $Q_{2,2}$  olduğu görülmektedir.