

Cesep Analitik

Sayılar Teorisi I Dersi Bütünleme Soruları

1-) $5x + 7y + 11z = 9$ Diophant denkleminin genel çözümünü bulunuz.

2-) $f(x) = x^3 + 19x^2 - x + 18 \equiv 0 \pmod{125}$ polinom kongruansın mod 5 kökü $b \equiv 2$ ise mod 125 kökünü bulunuz.

3-) modula 4'te primitif kök $a \equiv 6$ ise bunu dikdörtgen a birak $x^{17} \equiv 19 \pmod{41}$ kongruansının çözümünü bulunuz.

4-) a) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ irrasyonel sayısını sürekli kare alınız.

b) Açılımı $[2, \overline{2,4}]$ olan irrasyonel sayıyı bulunuz.

5-) a) 3^{19} sayısının 17'ye bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

b) p ve q farklı asal tam sayılar olmak üzere $\sigma(p^2 q^2) = 403$ ise p ve q asal tam sayılarını bulunuz.

Başarılar dilerim.

4-) $a_1=5, a_2=7, a_3=11, d=1$

$\beta = -1, \delta = 7, \alpha = -1, \gamma = 1$

$y = -t - 11u, 5x + 7t = 9, x_0 = 1, t_0 = 1, x = 1 + 4t$
 $z = t + 7u, z = 1 + 5t$

$x = 1 + 4t$
 $y = -1 + 5t - 11u$
 $z = 1 + 5t + 7u$

2-) $f(2) = 100, f'(x) = 3x^2 + 38x - 1, f'(2) = 87$

$87k \equiv -\frac{100}{5} \pmod{5}, k \equiv 0 \pmod{7}, x = 2 + 0.7 \equiv 2 \pmod{49}$

$f(7) = 100, f'(7) = 87$

$87k \equiv -\frac{100}{75} \pmod{5}, 2k \equiv -4 \pmod{5} \Rightarrow k = 3$

$x = 2 + 3.25 \equiv 77 \pmod{175}$ bulunur.

$$3-) \quad 27 \operatorname{ind} x \equiv \operatorname{ind} 19 \pmod{40}$$

$$27 \operatorname{ind} x \equiv 9 \pmod{40}$$

$$\operatorname{ind} x = 27$$

$$x = 12 // \text{ bulunur.}$$

$$40 = 1 \cdot 27 + 13$$

$$27 = 2 \cdot 13 + 1$$

$$13 = 13 \cdot 1 + 0$$

$$1 = 2 \cdot 40 + 3 \cdot 27$$

$$19 = -18 \cdot 40 + 27 \cdot 27$$

$$4-1) \quad a) \quad \frac{1+\sqrt{3}}{2} = \{1, \overline{2,1}\}$$

$$b) \quad [2, \overline{2,4}] = \sqrt{6}$$

$$5-) \quad a) \quad 3^{16} \equiv 1 \pmod{17}$$

$$x = 6^{19} + 19 \Rightarrow x \equiv 9 \pmod{16}$$

$$6^{19} \equiv 0 \pmod{16} \Rightarrow 19 \equiv 3 \pmod{16} \quad x \equiv 3 \pmod{16}$$

$$3^{6^{19}+19} \equiv 3^3 \equiv 27 \equiv 10 \pmod{17} \text{ bulunur.}$$

$$b) \quad \sigma(p^2 q^2) = 403 \Rightarrow$$

$$\sigma(p^2 q^2) = \frac{p^3-1}{p-1} \cdot \frac{q^3-1}{q-1} = (p^2+p+1)(q^2+q+1) = 13 \cdot 31$$

$$p=3 \quad q=5 \quad \text{bulunur.}$$