

Ad-Soyad:  
Numara:

23.01.2025

**SOYUT MATEMATİK I BÜTÜNLEME SORULARI**

- 1)  $p$ :  $x$  tek sayı ise  $x^2$  tek sayıdır  
 $q$ :  $x \leq y \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 2xy$   
 $r$ :  $x < y \Rightarrow x = y$

önergeleri verilmiş olsun.

- i)  $p$  önermesinin karşıt tersini (5p)    iii)  $q$  önermesinin tersini (5p)  
ii)  $r$  önermesinin değilini (5p)    iv)  $p$  önermesinin karşıtı (5p)

yazınız.

- 2)  $A = \{1,2,3,4,5,6\}$  kümesi üzerinde

$$\alpha = \{(x, y) : x = y \text{ veya } x \text{ ile } y \text{ çift}\}$$

bağıntısı tanımlansın.  $A/\alpha$  kümesini varsa bulunuz (20p).

- 3)  $A, B$  ve  $C$  üç küme olmak üzere  $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$  olduğunu gösteriniz (20p).  
4)  $f$  ve  $g$  iki fonksiyon olmak üzere  $g \circ f$  fonksiyonu 1-1 ise  $f$  fonksiyonu 1-1 olur mu? Gösteriniz (20p).  
5)  $X \neq \emptyset$  olmak üzere  $P(X)$  üzerinde  $\Delta$  işlemi  $A, B \in P(X)$  için

$$A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

şeklinde tanımlansın. Bu durumda  $\Delta$  işleminin özelliklerini inceleyiniz (20p).

**NOT: Sınav süresi 90 dakikadır.**

**BAŞARILAR**

CEVAPLAR

- 1)  $s \Rightarrow t$  önermesinin     $s'$ :  $s$  önermesinin deęilidir  
tersi  $s' \Rightarrow t'$   
karşıtı  $t \Rightarrow s$   
karşıt tersi  $t' \Rightarrow s'$

olmak üzere istenilen bağlantılar kullanılarak elde edilir.

2)  $\alpha = \{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (2,4), (4,2), (2,6), (6,2), (4,6), (6,4) \}$  olup  $\alpha$  yansima, simetri ve geçişme özelliklerini sağlar.  
 $\therefore \alpha$  denklik bağıntıdır.

$$A/\alpha = \{ \bar{a} : a \in A \}$$

$$\bar{1} = \{ x \in A : x \alpha 1 \} = \{ 1 \}$$

$$\bar{2} = \{ x \in A : x \alpha 2 \} = \{ 2, 4, 6 \}$$

$$\bar{3} = \{ 3 \}$$

$$\bar{4} = \{ 2, 4, 6 \}$$

$$\bar{5} = \{ 5 \}$$

$$\bar{6} = \{ 2, 4, 6 \}$$

$$A/\alpha = \{ \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5} \}$$

3)  $\forall (x,y) \in A \times (B-C) \iff x \in A \vee y \in B-C$   
 $\iff x \in A \vee (y \in B \vee y \notin C)$   
 $\iff (x \in A \vee y \in B) \vee (x \in A \vee y \notin C)$   
 $\iff (x,y) \in A \times B \vee (x,y) \notin A \times C$   
 $\iff (x,y) \in (A \times B) \setminus (A \times C)$

4)  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow Z$        $g \circ f: X \rightarrow Z$

$\forall x_1, x_2 \in X$  için  $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$  ?

$$f(x_1) = f(x_2) \implies g(f(x_1)) = g(f(x_2))$$

$$\implies (g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2), \quad (g \circ f, 1-1)$$

$$\implies x_1 = x_2$$

$\therefore f$  1-1 dir.

$$5) \bullet A, B \in P(X) \Rightarrow A \subseteq X, B \subseteq X$$

$$\bullet A \cup B \subseteq X \wedge A \cap B \subseteq X$$

$$\bullet (A \cup B) - (A \cap B) \in P(X) \Rightarrow A \Delta B \in P(X)$$

$\therefore \Delta$  kapalıdır.

$$\bullet A, B, C \in P(X) \text{ için}$$

$$A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C \text{ olduğundan}$$

birleşme özelliği sağlanır.

$$\bullet A, B \in P(X) \text{ için}$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$= (B \cup A) - (B \cap A)$$

$$= B \Delta A$$

olduğundan değişme özelliği sağlanır.

$$\bullet A \in P(X) \text{ için}$$

$$A \Delta \emptyset = \emptyset \Delta A = A$$

olduğundan  $\emptyset \in P(X)$  eşsiz elementtir.

$$\bullet A \in P(X) \text{ için}$$

$$A \Delta A = \emptyset$$

olduğundan  $A$  kendisinin  $\Delta$  işlemine göre tersi

$A$  dur. Yani her elemanın tersi kendisidir.