

## 3.1. PROBLEMLER

3.1.1. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{y^2 x}{x^2 - 2y}$ , b)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,2,4)} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{z}}$ , c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2 + 2}$ .

3.1.2. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

a)  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,-1,e)} (xy^2 z^3)$ , b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 - xy}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ , c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,\pi/2)} \sec x \tan y$ .

3.1.3. Aşağıdaki limitleri araştırınız.

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - y}{x + y}$ , b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy}{|xy|}$ , c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}$ .

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x - y + 2xy}$ , e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - xy}{x^2 + y^2}$ , f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ .

3.1.4.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x + y + xy) \cos \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y} = 0$  olduğunu gösteriniz.

3.1.5. Aşağıdaki limitleri araştırınız.

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy + y^3}{x^2 + y^2}$ , b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3y^2 x}{x^2 + y^2}$ , c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos \left( \frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ .

3.1.6. Aşağıdaki limitleri araştırınız.

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{y}$ , b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \arctan \frac{2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .

3.1.7. Ardışık limitler yardımıyla aşağıdaki fonksiyonların her birinin  $(0,0)$  da limitinin olmadığını gösteriniz.

a)  $f(x,y) = \frac{y^4 - x^2}{y^4 + x^2}$ , b)  $f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{y}$ , c)  $f(x,y) = \frac{x^2}{x^2 - y}$ .

## Limit ve Süreklilik

**3.1.8.**  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 - y^2}, & x \neq \pm y \\ 0, & x = \pm y \end{cases}$$

nin  $(0, 0)$  daki limitini araştırınız.

**3.1.9.**  $\mathbb{R}^2$  den  $\mathbb{R}$  ye

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\sin x} \sin(xy), & x \neq 0 \\ y, & x = 0 \end{cases}$$

ve

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(xy)^2}{(xy)^2 + (x-y)^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

olarak veriliyor. Bu fonksiyonların her biri için

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)], \quad \lim_{y \rightarrow 0} [\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)] \quad \text{ve} \quad \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$$

limitlerini araştırınız.

**3.1.10.** Dizisel limit kriterini kullanarak  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$  ve  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$  nin mevcut olmadığını gösteriniz.