1. $\dfrac{(1-i\sqrt{3})^3(\sqrt{2}+i\sqrt{6})^2}{(1-i)^4}$ ifadesinin mutlak değerini ve bütün argümanlarını bulunuz.

$$z=\frac{(1-\mathrm{i}\sqrt{3})^3\left(\sqrt{2}+i\sqrt{6}\right)^2}{(1-\mathrm{i})^4}\ için,$$

$z_1=1-\mathrm{i}\sqrt{3},\qquad z_2=\sqrt{2}+i\sqrt{6},\qquad z_3=1-\mathrm{i}\ olsun.$

$|z_1|=\sqrt{1+3}=2$ olup, $Argz_1=\theta_1$ için $\cos\theta=1/2, sin\theta=-\sqrt{3}/2$ olduğundan $\theta_1=-\pi/3$

$|z_2|=\sqrt{2+6}=2\sqrt{2}$ olup, $Argz_2=\theta_2$ için $\cos\theta=1/2, sin\theta=\sqrt{3}/2$ olduğundan $\theta_2=\pi/3$

$|z_3|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ olup, $Argz_3=\theta_3$ için $\cos\theta=1/\sqrt{2}, sin\theta=-1/\sqrt{2}$ olduğundan $\theta_2=-\pi/4$

Buradan,

$$z=\frac{\mathrm{z}_1^3\mathrm{z}_2}{\mathrm{z}_3^2}=\frac{\left[2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+isin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)\right]^3\left[2\left(cos\frac{\pi}{3}+isin\frac{\pi}{3}\right)^2\right]}{\left[\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+isin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)\right]^4}$$

$$=\frac{8\big(\cos(-\pi)+isin(-\pi)\big)4\left(cos\frac{2\pi}{3}+isin\frac{2\pi}{3}\right)}{4\big(\cos(-\pi)+isin(-\pi)\big)}$$

$$=8\left[\cos\left(-\pi+\frac{2\pi}{3}+\pi\right)+isin\left(-\pi+\frac{2\pi}{3}+\pi\right)\right]=8\left(\cos\frac{2\pi}{3}+isin\frac{2\pi}{3}\right)$$

2. $2z^2-(2+5i)z-2+i=0$ denkleminin çözümünü bulunuz ve kökleri $x+iy$

şeklinde yazınız.

$\varDelta=(2+5i)^2-4*2(-2+i)=-5+12i$

$$z_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\varDelta}}{2a}=\frac{2+5i\pm\sqrt{-5+12i}}{4}$$

$w=-5+12i$ olsun.

$a=-5, b=12>0$ olup

$$w_{1,2}=\mp\left[\sqrt{\frac{-5+\sqrt{25+144}}{2}}+i\sqrt{\frac{5+\sqrt{25+144}}{2}}\right]=\pm(2+3i)$$

$$z_{1,2}=\frac{2+5i\pm\sqrt{8-6i}}{4}=\frac{2+5i\pm(2+3i)}{4}$$

3. Aşağıdaki ifadelerin bütün değerlerini bulunuz.

$i.\,[8(-3+3i)]^{3/4}$ ii. $1^{(1-i)}$

$[8(-3+3i)]^{3/4}$ ifadesi için

$z=-3+3i$ seçelim

$|z|=|-3+3i|=3\sqrt{2}$ ve $Arg(-3+3i)=\theta$ için $\begin{matrix}\cos\,\theta=\frac{-3}{3\sqrt{2}}\\ \sin\,\theta=\frac{3}{3\sqrt{2}}\end{matrix}$ olup $\theta=\dfrac{3\pi}{4}$ bulunur.

$$[8(-3+3i)]^{3/5}=\left[8*3\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{3/4}=\left[24\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)\right]^{3/4}$$

$$\Rightarrow z_k=\left(24\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\cos\left(\frac{3\,\frac{3\pi}{4}+2k\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{3\,\frac{3\pi}{4}+2k\pi}{4}\right)\right),k=0,1,2,3\ \ için$$

$$z_0=\left(24\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\cos\frac{9\pi}{16}+i\sin\frac{9\pi}{16}\right)$$

$$z_1=\left(24\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\cos\frac{17\pi}{16}+i\sin\frac{17\pi}{16}\right)$$

$$z_2=\left(24\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\cos\frac{25\pi}{16}+i\sin\frac{25\pi}{16}\right)$$

$$z_3=\left(24\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}\left(\cos\frac{33\pi}{16}+i\sin\frac{33\pi}{16}\right)$$

$1^{(1-i)}$ ifadesi için

$1^{(1-i)}=e^{(1-i)\log(1)}$ $için$ $|1|=1$ ve $\mathrm{Arg}(1)=0$ $olup$

$e^{(1-i)\log(1)}=e^{(1-i)[\ln|1|+i\arg(1)]}=e^{(1-i)[0+i(0+2k\pi)]}=e^{(1-i)(2k\pi i)}=e^{(2k\pi i+2k\pi)},\qquad k\in$

4. Aşağıdaki denklemleri çözünüz.

$i.\,e^{-z}+1=0$ $\qquad ii.\,\mathrm{Log}\,(i-z)=1$

$e^{-z}=-1$ için $x+iy$ olmak üzere,

$e^{-x-iy}=i$ ise $e^{-x}(\cos\,(-y)+isin(-y))=-1$ ve $w=-1$ seçelim.

$|\mathrm{w}|=1$ ve $\mathrm{Arg(w)}=\theta$ için $\left.\begin{matrix}\sin\,\theta=0\\ \cos\theta=-1\end{matrix}\right\}$ $\theta=\pi$ bulunur.

$-1 = 1(\cos\pi + isin\pi)$

$e^{-x}\big(\cos(-y) + isin(-y)\big) = -1$

$\Rightarrow e^{-x}(\cos(-y) + isin(-y)) = 1(\cos\pi + isin\pi)$

$\Rightarrow e^{-x} = 1\ ve - y = \pi \Rightarrow x = 0\ ve\ y = -\pi$

$\Rightarrow z = x + iy = i(-\pi + 2k\pi), \qquad k \in \mathbb{Z}$

$L\,\mathrm{og}(i - z) = \ln|i - z| + i\,Arg(i - z) = 1 + i.0$

$\ln|i - z| = 1 \Rightarrow e^{1} = |i - z| \Rightarrow |i - z| = e$ ve $Arg(i - z) = 0$ bulunur.

$i - z = |i - z|\big[\cos\big(Arg(i - z)\big) + isin(Argi - z)\big] \Rightarrow i - z = e(cos0 + isin0)$

$\Rightarrow i - z = e \Rightarrow z = i - e$