

3.3. PROBLEMLER

3.3.1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + b$ nin \mathbb{R} de düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

3.3.2. $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$ ise f nin düzgün sürekli olduğunu gösterin.

3.3.3. $f(x) = x^2$ nin \mathbb{R} nin sınırlı bir alt aralığında düzgün sürekli fakat \mathbb{R} de düzgün sürekli olmadığını gösteriniz.

3.3.4. $f(x) = 1/x^2$ nin $[1, \infty)$ da düzgün sürekli fakat $(0, \infty)$ da düzgün sürekli olmadığını gösteriniz.

3.3.5. $a > 0$ olmak üzere $f(x) = 1/x$ fonksiyonunun (a, ∞) hatta $[a, \infty)$ da düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

3.3.6. $f(x) = x/(x+1)$ fonksiyonunun $[0, \infty)$ da düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

3.3.7. f ve g , $A \subseteq \mathbb{R}$ den \mathbb{R} ye düzgün sürekli ise f ve g nin A da sınırlı ve fg çarpımının da A da düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

3.3.8. f ve g , $A \subseteq \mathbb{R}$ den \mathbb{R} ye düzgün sürekli ise $f + g$ nin de A da düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

3.3.9. f ve g düzgün sürekli ise $g \circ f$ nin de düzgün sürekli olduğunu gösteriniz.

3.3.10. $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ sürekli ise $U = \{x \in \mathbb{R}^n : \|f(x)\| < 1\}$ kümesinin açık olduğunu gösteriniz.

3.3.11. $f^{-1}(S)$ kompakt olmayacak şekilde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli dönüşümünü ve $S \subset \mathbb{R}$ kümesini bulunuz ($f(x) = 0$ ve $S = \{0\}$ alın).

3.3.12. $f(V)$ açık olmayacak şekilde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli ve $V \subset \mathbb{R}$ açık kümesini bulunuz ($f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1$ alın).

3.3.13. $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sürekli ve $S = \{f(x) : \|x\| = 2\}$ olsun. S nin kapalı bir aralık olduğunu gösteriniz.

3.3.14. Kompakt bir kümede sınırsız olacak şekilde süreksiz bir fonksiyon bulunuz ($0 < x \leq 1$ için $f(x) = 1/x^2$, $x = 0$ için $f(x) = 0$ alın).

3.3.15. $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x/(x^2 + 1)$ ise $f(x_0) \leq f(x) \leq f(x_1)$ olacak şekilde x_0 ve x_1 noktalarını bulunuz.