

# Cevap Anahtarı

## CEBİR I ARA SINAV SORULARI

- 1) a)  $a$  ve  $b$  sıfırdan farklı ve  $c$  herhangi bir tam sayı olsun.  $(a,b)=1$  ve  $a|bc \Rightarrow a|c$  olduğunu gösteriniz.
- b)  $G$  bir grup  $x \in G$  ve  $o(x)=m$  olsun.  $\forall k \in \mathbb{Z}^+$  için  $o(x^k) = \frac{m}{(k,m)}$  olduğunu gösteriniz.
- 2) a)  $a,b,c,d \in \mathbb{Z}$  ve  $a,c \neq 0$  olsun.  $a|b$  ve  $c|d \Rightarrow ac|(ad+bc)$  midir?
- $x \equiv 12 \pmod{5}$
- b)  $x \equiv 55 \pmod{7}$  kongrüans sistemini çözünüz.
- $x \equiv 99 \pmod{13}$
- 3) a)  $2003^{2003}$  sayısının son üç basamağını bulunuz.
- b)  $42x \equiv 9 \pmod{515}$  kongrüansının varsa çözümünü bulunuz.
- 4) a)  $S_8$  de  $\alpha = (153)(5687)(471)(1486)$  ise  $\alpha$  nın mertebesini bulunuz.
- b)  $S_4$  te  $\alpha = (14)(23)$  permütasyonu veriliyor.  $\alpha$  elemanının merkezleştiricisini  $(M(\alpha))$  bulunuz.
- 5) a)  $G = \{(x,y) | x,y \in \mathbb{R}, y \neq 0\}$  kümesinde  $*$  işlemi  $\forall (x,y), (z,t) \in G$  için  $(x,y) * (z,t) = (x+yz, yt)$  şeklinde tanımlanıyor.  $(G,*)$  ikilisi gruptur. Bu grubun birimini ve  $(a,b) \in G$  için bu elemanın tersini bulunuz.
- b)  $\mathbb{Z}_{20}^*$  grubu ve  $H = \{\bar{x} \in \mathbb{Z}_{20}^* | x \equiv 1 \pmod{5}\}$  kümesi veriliyor.  $H, \mathbb{Z}_{20}^*$  in alt grubu mudur? Araştırınız.

1- a) Defterinizde var  
b) " "

BAŞARILAR

2- a)  $b = ax, d = cy, x,y \in \mathbb{Z}$

$$ad + bc = acy + acx = ac(x+y) \Rightarrow ac | ad + bc$$

b)  $x \equiv 2 \pmod{5}$   $a_1 = 2$   $a_2 = 6$   $a_3 = 8$   
 $x \equiv 6 \pmod{7}$   $m_1 = 91$   $m_2 = 65$   $m_3 = 35$   
 $x \equiv 8 \pmod{13}$   $b_1 = 1$   $b_2 = 4$   $b_3 = 3$

$$91b_1 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$65b_2 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$35b_3 \equiv 1 \pmod{13}$$

$$182 + 1560 + 840 = 2477 \quad 2582$$

$$\bar{x} = \overline{307} \text{ bulunur.}$$

$$3- a) \quad 2003 \equiv x \pmod{1000} \Rightarrow 3 \equiv x \pmod{1000} \\ (3, 1000) = 1, \quad \varphi(1000) = 400$$

$$\left(3^{400}\right)^3 \cdot 3^3 \equiv 27 \pmod{1000} \text{ bulunur.}$$

$$b) \quad 42x \equiv 9 \pmod{515}$$

$$42x - 515y = 9^* \Rightarrow -515y \equiv 9 \pmod{42} \Rightarrow 31y \equiv 9 \pmod{42}$$

$$31y - 42z = 9^{**} \Rightarrow -42z \equiv 9 \pmod{31} \Rightarrow 20z \equiv 9 \pmod{31}$$

$$20z - 31t = 9^{***} \Rightarrow -31t \equiv 9 \pmod{20} \Rightarrow 9t \equiv 9 \pmod{20}$$

$$t=1 \Rightarrow z=2 \Rightarrow y=3 \Rightarrow \bar{x} = \overline{37} \text{ bulunur. } x=37$$

$$4- a) \quad \alpha = (13)(4756) \Rightarrow o(\alpha) = 4$$

$$b) \quad M(\alpha) = \{ \rho \in S_4 \mid \rho \alpha \rho^{-1} = \alpha \}$$

$$\rho(14)(23)\rho^{-1} = (\rho(1)\rho(4))(\rho(2)\rho(3)) = (14)(23) \text{ ve} \\ = (23)(14) \text{ den}$$

$$M(\alpha) = \{ I, (23), (14), (14)(23), (12)(34), (1243), (1342), (13)(24) \}$$

$$5- a) \quad (x, y) * (a, b) = (x, y) \quad (a, b) = e = (0, 1)$$

$$(a, b)^{-1} = \left(-\frac{a}{b}, \frac{1}{b}\right) \text{ bulunur.}$$

$$(a, b) * (x, y) = (x, y) \text{ bakula cek}$$

$$b) \quad \mathbb{Z}_{20}^* = \{ \bar{1}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{13}, \bar{17}, \bar{19} \}$$

$$H = \{ \bar{1}, \bar{11} \}$$

	$\bar{1}$	$\bar{11}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{11}$
$\bar{11}$	$\bar{11}$	$\bar{1}$

kapalı olup

kriter too.3 den altgrup tur.