

Ad-Soyad:

Numara:

Cevap Anahtarı

CEBİR I BÜTÜNLEME SINAVI SORULARI

- 1) a) G ve H iki grup olmak üzere $f: G \rightarrow H$ grup homomorfizmasını tarif ediniz ve homomorfizmanın çekirdeğinin G nin alt grubu olduğunu gösteriniz.
b) Devirli bir grubun her alt grubu da devirlidir, ispatlayınız.
- 2) a) G bir grup, $H \leq G$ olsun. $|aH| = |H|$ olduğunu ispatlayınız.
b) $17x \equiv 9 \pmod{131}$ kongrüansının genel çözümünü bulunuz.
- 3) a) $f: \mathbb{Z} \rightarrow 2\mathbb{Z}$ fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{Z}$ için $f(x) = 2x$ ile tanımlanıyor. f fonksiyonunun grup izomorfizması olduğunu gösteriniz.
b) \mathbb{Z}_{15} grubunda $H_1 = \langle \bar{3} \rangle$ ve $H_2 = \langle \bar{6} \rangle$ alt grupları veriliyor. $H_1 + H_2 = \mathbb{Z}_{15}$ midir, araştırınız.
- 4) a) \mathbb{Z}_{20}^* grubunda mertebesi 4 olan elemanları bulunuz.
b) G bir grup, $H \leq G$ olsun. $\forall x \in G$ için $x^2 \in H$ ise $H \triangleleft G$ olduğunu gösteriniz.
- 5) S_9 da $\alpha = (1\ 7\ 9\ 2)(6\ 8\ 4\ 3\ 1\ 5)$, $\beta = (5\ 8\ 2)(1\ 3\ 9\ 6)(2\ 7\ 4\ 5)$ permütasyonları veriliyor.
a) α ve β yi ayrıık devirlerin çarpımı şeklinde yazıp $o(\alpha)$ ve $o(\beta)$ yi bulunuz.
Ayrıca α ve β nin tek ya da çiftliğini araştırınız.
b) $\alpha \cdot \beta \cdot \alpha^{-1}$ permütasyonunu bulup $o(\alpha \beta \alpha^{-1})$ i hesaplayınız.

1- a) Defleniniz de ver

b) " "

Başarılar Dilerim

2-1 a) " "

b) $17x \equiv 9 \pmod{131}$ $(17, 131) | 9$ Çözüm var

$$131 = 7 \cdot 17 + 12$$

$$1 = -7 \cdot 131 + 54 \cdot 17$$

$$17 = 1 \cdot 12 + 5$$

$$9 = -63 \cdot 131 + 486 \cdot 17$$

$$486 = 3 \cdot 131 + 93$$

$$12 = 2 \cdot 5 + 2$$

$$c.k = 93$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

3- a) $\forall m, n \in \mathbb{Z}$ için $f(m+n) = 2(m+n) = m+n + m+n = 2m+2n = f(m) + f(n)$

$$\begin{aligned} \text{Gör } \ker f &= \{ f(n) \mid n \in \mathbb{Z} \} \\ &= \{ 2n \mid n \in \mathbb{Z} \} \\ &= 2\mathbb{Z} \text{ olup örteç} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Gör } \text{Im } f &= \{ n \in \mathbb{Z} \mid f(m) = n \} \\ &= \{ n \in \mathbb{Z} \mid 2n = 0 \} \\ &= \{ 0 \} \text{ olup 1-1 dir.} \end{aligned}$$

$$3-) b) H_1 = \langle \bar{3} \rangle = \{ \bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}, \bar{12} \}, H_2 = \{ \bar{0}, \bar{6}, \bar{12}, \bar{3}, \bar{9} \}$$

$$H_1 + H_2 = \{ 3n + 6m \mid m, n \in \mathbb{Z} \} = H_1 \neq \mathbb{Z}_5$$

$$4-) a) \mathbb{Z}_{20}^* = \{ \bar{1}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{9}, \bar{11}, \bar{13}, \bar{17}, \bar{19} \}$$

$$o(\bar{7}) = 4 \quad o(\bar{3}) = 4 \quad o(\bar{13}) = 4 \quad o(\bar{17}) = 4$$

b) $H \leq G$ verilmiş.

$\forall g \in G$ ve $\forall h \in H$ için $ghg^{-1} \in H$ mi?

$$ghg^{-1} = gh(g^{-1}h^{-1}g)g^{-1} = (gh)^2 \cdot h^{-1}(g^{-1})^2 \in H \text{ olup } H \triangleleft G \text{ dir.}$$

$$5-) a) \alpha = (1792)(684315) = (156843792)$$

$$\beta = (582)(1396)(2745) = (1396)(2748)$$

$$o(\alpha) = 9 \quad o(\beta) = \text{oketk}(4, 4) = 4$$

$$\alpha = (12)(19)(17)(13)(14)(18)(16)(15) \text{ çift}$$

$$\beta = (16)(19)(13)(28)(24)(27) \text{ çift}$$

$$b) \alpha \beta \alpha^{-1} = (1934)(2857)$$

$$o(\alpha \beta \alpha^{-1}) = 4$$