

MAT 205 DİFERANSİYEL DENKLEMLER I ARA SINAV SORULARI

1. (10p) $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(axy + x^2)dx + (a^2x^2 + y^2)dy = 0$ denklemi için aşağıdakilerden hangisi/hangileri doğrudur?

- I. $a = -1$ için lineer diferansiyel denklemdir $\rightarrow (-xy + x^2)dx + (x^2 + y^2)dy = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{xy - x^2}{x^2 + y^2}$
 $\neq$ II. $a = 0$ için değişkenlerine ayrılabilir denklemdir $\rightarrow x^2dx + y^2dy = 0$
 — III. $a = 1$ için tam diferansiyel denklemdir $\rightarrow (xy + x^2)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$ $M_y = x \neq N_x = 2x$
 $\neq$ IV. $a = 2$ için homojen diferansiyel denklemdir $\rightarrow (2xy + x^2)dx + (4x^2 + y^2)dy = 0$
 a) II b) II, III c) IV d) II, IV

2. (10p) Aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi yanlıştır?

- a) $y'' - 6y' - 5y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen
 b) $y''' - (2-x)y'' = \sin x$: 3.mertebe-lineer-homojen değil
 c) $e^{x+1}y'' - \frac{1}{x}y' - y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen değil
 d) $x^2y''' - 2y'' - 1 = 0$: 3.mertebe-lineer-homojen değil
 e) $y^{(4)} - y'\sin x + \ln y - e^x = 0$: 4.mertebe-lineer-değil-homojen değil

3. (10p) A ve B gerçel sayılar olmak üzere $(Axy + 2y^2)dx + (Bxy - x^2)dy = 0$ denklemi tam diferansiyel denklemdir. Buna göre $A + B$ toplamı kaçtır?

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 10

4. (10p) $u = u(x)$ olmak üzere $y = ux$ dönüşümü aşağıdaki denklemlerden hangisine uygulanırsa denklem değişkenlerine ayrılmış olur?

a) $(x+y)y' = 2(x-1)$

b) $x^2y' = 4y^2 + xy$

c) $y' = x^2 + y$ $f(x, y+1) = f(x, y)$

d) $y' = x - 3y + 1$

e) $xy' = y + 1$

5. (10p) c_1, c_2, c_3 birbirinden bağımsız keyfi sabitler olmak üzere $y = c_1e^{3x-c_2} + c_3e^{3x}$ eğri ailesini genel çözüm kabul eden diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y''' - 9y' = 0$

b) $y'' - 3y' = 0$

c) $y'' - 6y = 0$

d) $y''' - 9y = 0$

e) $y' - 3y = 0$

$$y' = 3c_1e^{3x-c_2} + 3c_3e^{3x}$$

$$y' = 3(c_1e^{3x-c_2} + c_3e^{3x})$$

$$y' = 3y$$

$$y = e^{3x}(c_1e^{-c_2} + c_3)$$

$$y = ae^{3x}$$

$$y' = 3ae^{3x}$$

$$y' = 3y$$

6. (25p) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{xy-3y} = \frac{1}{y(x-3)}$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

1. yol $\frac{dy}{dx} = \frac{1-y}{y(x-3)}$
 $\Rightarrow \int \frac{y}{1-y} dy = \int \frac{dx}{x-3}$ değişkenlere ayrılabilir denklemdir

$\int (-1 + \frac{1}{1-y}) dy = \int \frac{dx}{x-3}$
 $-y - \ln(1-y) = \ln|x-3| + c$
 $-y = \ln(c(x-3)(1-y))$

$c(x-3)(1-y) = e^{-y}$

veya $(x-3)(1-y) = ce^{-y}$

veya $(x-3)(1-y)e^y = c$

7. (25p) $xy' - 5x^2y^3 = 2y$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$y' - 5xy^3 = \frac{2}{x}y$

$y' - \frac{2}{x}y = 5xy^3$ $n=3$

$u = y^{1-n} \Rightarrow u = y^{-2}$ Bernoulli diferansiyel denklemdir

denklem $-2y^{-3}$ ile çarpılırsa

$-2y^{-3}y' + \frac{4}{x}y^{-2} = -10x$ olur. Buradan $u' + \frac{4}{x}u = -10x$ lineer

denklemi elde edilir. $\lambda(x) = e^{\int \frac{4}{x} dx} = e^{4 \ln x} = x^4$ olup lineer

denklemin genel çözümü

$u \cdot x^4 = \int -10x \cdot (x^4) dx + c \Rightarrow u \cdot x^4 = -10 \cdot \frac{x^6}{6} + c$

$u = -\frac{5}{3}x^2 + \frac{c}{x^4}$ olur.

$u = y^{-2}$ oldan yine yazılırsa $\frac{1}{y^2} = -\frac{5}{3}x^2 + \frac{c}{x^4}$ genel çözüm

2. yol $y' + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{(x-3)y}$
 LD değil, HD değil, BD değil, 2. der. değil
 $(1-y)dx = y(x-3)dy$

$\frac{y(x-3)dy}{y} - \frac{(1-y)dx}{y} = 0$
 $M_y = 1 \neq M_x = y$ 2. der. değil

$\frac{M_x - M_y}{y} = \frac{y-1}{-1(1-y)} = 1 = y^0$ y ye bağlı

olup $\lambda(y) = e^{\int 1 dy} = e^y$ integral çarpandır
 $e^y y(x-3)dy - e^y (1-y)dx = 0$ terimlere ayır
 $P_y = -e^y(1-y) - e^y(-1) = ye^y$
 $Q_x = ye^y$

$\int e^y y(x-3)dy - \int e^y (1-y)dx = c$

$(x-3) \int ye^y dy - e^y(1-y) \int dx = c$

$(x-3)(ye^y - e^y) - e^y(1-y)x = c$

$xye^y - 3ye^y - xe^y + 3e^y - e^yx + ye^yx = c$
 $-3ye^y + 3e^y - e^yx + ye^yx = c$
genel çözüm

MAT 205 DİFERANSİYEL DENKLEMLER I ARA SINAV SORULARI

1. (10p) $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $(axy + x^2)dx + (a^2x^2 + y^2)dy = 0$ denklemi için aşağıdakilerden hangisi/hangileri doğrudur?

- I. $a = 3$ için tam diferansiyel denklemdir $\rightarrow (3xy + x^2)dx + (9x^2 + y^2)dy = 0$ $M_y = 3x \neq N_x = 18x$
- + II. $a = 0$ için değişkenlerine ayrılabilir denklemdir $\rightarrow x^2dx + y^2dy = 0$
- + III. $a = 1$ için homojen diferansiyel denklemdir $\rightarrow (xy + x^2)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$
- IV. $a = -2$ için lineer diferansiyel denklemdir $\rightarrow (-2xy + x^2)dx + (4x^2 + y^2)dy = 0$

a) I, II, III

b) II

c) II, III

d) II, IV

e) II, III, IV

2. (10p) Aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi yanlıştır?

- a) $y'' + 3y' - 5y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen
- b) $y'' - (2 - y)y' = \sin x$: 2.mertebe-lineer-homojen değil
- c) $e^x y'' - \frac{1}{x} y' - y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen
- d) $x^2 y''' - 2y'' - 1 = 0$: 3.mertebe-lineer-homojen değil
- e) $y^{(4)} - y' \sin x + \ln y - e^x = 0$: 4.mertebe-lineer değil-homojen değil

Anahtar

3. (10p) A ve B gerçel sayılar olmak üzere $(Axy + 3y^2)dx + (x^2 + Bxy)dy = 0$ denklemi tam diferansiyel denklemdir. Buna göre $A + B$ toplamı kaçtır?

a) 2

b) 4

c) 6

$$\begin{aligned} M_y &= Ax + by \\ N_x &= 2x + By \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} A &= 2 \\ B &= 6 \end{aligned}$$

4. (10p) $u = u(x)$ olmak üzere $y = ux$ dönüşümü aşağıdaki denklemlerden hangisine uygulanırsa denklem değişkenlerine ayrılabilir olur?

a) $y' = x + 2y$

b) $(x - y)y' = (2 - x)$

c) $y' = x + y^2 + 1$ $f(x, y) = f(x, y)$

d) $xy' = y + 1$

e) $xyy' = 4y^2 + x^2$

5. (10p) c_1, c_2, c_3 birbirinden bağımsız keyfi sabitler olmak üzere $y = c_1 e^{2x+c_2} + c_3 e^{2x}$ eğri ailesini genel çözüm kabul eden diferansiyel denklem aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y' - 2y = 0$

b) $y'' - 2y' = 0$

c) $y'' - 4y = 0$

d) $y''' - 8y = 0$

e) $y''' - 8y' = 0$

$$\begin{aligned} y' &= 2c_1 e^{2x+c_2} + 2c_3 e^{2x} \\ y' &= 2(c_1 e^{c_2} + c_3) e^{2x} \\ y' &= 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= (c_1 e^{c_2} + c_3) e^{2x} \\ y &= a e^{2x} \text{ for } a \text{ sabit} \\ y' &= 2a e^{2x} \\ y' &= 2y \end{aligned}$$

6. (25p) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{xy-3y} = \frac{1}{y(x-3)}$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

A grubunda 45 zıt

Arçılar

Cevap

7. (25p) $xy' - 5x^2y^3 = 2y$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

A grubunda 45 zıt