

Adı Soyadı:

- A -

Numarası:

11.04.2025

MAT 206 DİFERANSİYEL DENKLEMLER II ARA SINAV SORULARI

1. (10p) $y(x) = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 e^x + c_5 \sin x + c_6 \cos x + 2 + x^2$ genel çözümüne karşılık gelen diferansiyel denklem için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

a) 6.mertebeledir

b) Homojen olmayan denklemdir

c) Sabit katsayılıdır

d) $T = \{1, x, x^2, e^x, \sin x, \cos x\}$ dir.

e) Karakteristik polinomunun katlı kökü vardır

$y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 e^x + c_5 \sin x + c_6 \cos x$
aslında
 $y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 e^x + c_5 \sin x + c_6 \cos x$
farklıdır. ya kalıyor!
 $T = \{1, x, x^2, e^x, \sin x, \cos x\}$
 $\lambda = 0$ katlı $\lambda = 1$ $\lambda^2 + 1 = 0$
 $\lambda^3 (\lambda - 1) (\lambda^2 + 1) = 0$

2. (10p) Aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi yanlıştır?

a) $y'' + 3y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen

b) $xy''' - 2y'' - 1 = 0$: 3.mertebe-lineer-homojen değil

c) $e^x y'' - \frac{1}{x} y' - y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen

d) $y'' - 2y' = 3y^2$: 2.mertebe-lineer-homojen

e) $y^{(4)} - y' \sin x + \cos y = e^x$: 4.mertebe-lineer değil-homojen değil

3. (10p) $y'' + 4y' = 0$ denkleminin $y(0) = 1, y'(0) = 0$ koşulunu sağlayan çözümü hangisidir?

a) 1

b) e^{4x}

c) $4 - e^{-4x}$

d) $2 - e^{-4x}$

e) $2e^{4x} - e^{-4x}$

$\lambda^2 + 4\lambda = 0 \rightarrow \lambda(\lambda + 4) = 0$

$\lambda = 0, \lambda = -4$

$y = c_1 + c_2 e^{-4x}, y' = -4c_2 e^{-4x}$

$y(0) = 1 \rightarrow 1 = c_1 + c_2$
 $y'(0) = 0 \rightarrow 0 = -4c_2 \rightarrow c_2 = 0$
 $y = 1$

4. (10p) $T = \{e^{-2x} \sin x, e^{-2x} \cos x, x, 1\}$ temel çözüm kümesine karşılık gelen denklem hangisidir?

a) $y''' + 4y'' + y' = 0$

b) $y^{(4)} - 2y''' + 5y'' = 0$

c) $y^{(4)} + 4y''' + 5y'' = 0$

d) $y^{(4)} + 4y''' + 5y'' = 0$

e) $y^{(5)} + 4y^{(4)} + 5y''' = 0$

$(\lambda + 2 - i)(\lambda + 2 + i)\lambda^2 = 0 \Rightarrow (\lambda^2 + 4\lambda + 5)\lambda^2 = 0 \rightarrow \lambda^4 + 4\lambda^3 + 5\lambda^2 = 0$
 $y^{(4)} + 4y''' + 5y'' = 0$

5. (10p) Aşağıdakilerden hangisi $(\lambda - 1)^3 (\lambda^2 + 2) \lambda^3 (\lambda + 4) = 0$ karakteristik polinomuna karşılık gelen

çözümlerden biri değildir?

a) xe^x

b) $\cos \sqrt{2}x$

c) $e^{-4x} e^{2x} = 1$

d) 1

e) x^3

$\lambda = 1$ 3 katlı
 $\lambda = \pm \sqrt{2}i$ 2 katlı
 $\lambda = 0$ 3 katlı
 $\lambda = -4$ 1 katlı
 $e^x, xe^x, x^2 e^x$
 $\cos \sqrt{2}x, \sin \sqrt{2}x$
 $e^{-4x} e^{2x} = 1$
 x, x^2



6. (25p) $y''' + 16y' = \cos 4x$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$$y''' + 16y' = 0$$

$$\lambda^3 + 16\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda^2 + 16) = 0$$

$$\lambda = 0 \quad \lambda = \pm 4i$$

$$y_1 = e^{0x} = 1$$

$$y_2 = \cos 4x$$

$$y_3 = \sin 4x$$

$$y_h = C_1 \cdot 1 + C_2 \cos 4x + C_3 \sin 4x$$

$$y = y_h + y_p$$

$$y = C_1 + C_2 \cos 4x + C_3 \sin 4x - \frac{x}{32} \cos 4x$$

genel çözüm budur.

Ters operatör yöntemi ile özel çözüm bulma:

$$y_p = \frac{1}{D^3 + 16D} \cos 4x$$

$$y_p = \frac{1}{D(D^2 + 16)} \cos 4x$$

$$a = 4, D^2 \rightarrow -a^2 = -16$$

çalışırsa payda 0 oluyor. Buradan ilerlemiyor.

$$v(x) = \frac{1}{D(D^2 + 16)} e^{4ix}$$

$$= \frac{1}{D(D + 4i)(D - 4i)}$$

$$= -\frac{1}{32} \frac{1}{(D - 4i)} e^{4ix}$$

$$a = 4i, D \rightarrow D + 4i$$

$$= -\frac{1}{32} e^{4ix} \cdot \frac{1}{D + 4i - 4i} \cdot 1 = -\frac{1}{32} e^{4ix} \cdot x$$

$$v(x) = -\frac{x}{32} (\cos 4x + i \sin 4x)$$

$$y_p = \text{Re } v(x) = -\frac{x}{32} \cos 4x \text{ dir.}$$

7. (25p) $y'' + 2y' + y = xe^{-x} - 2$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$$y'' + 2y' + y = 0$$

$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$$

$$(\lambda + 1)^2 = 0$$

$$\lambda = -1 \text{ 2 katlı kök}$$

$$y_1 = e^{-x}$$

$$y_2 = x e^{-x} \text{ lineer bağımsız çözümler}$$

$$y_h = e^{-x}(C_1 + C_2 x) \text{ dir.}$$

$B_1(x) = x e^{-x}$ için özel çözümü ters operatör ile arayalım.

$$y_{p1} = \frac{1}{D^2 + 2D + 1} x e^{-x} = \frac{1}{(D + 1)^2} x e^{-x}$$

$$a = -1$$

$$D \rightarrow D - 1$$

$$\text{2. kura'dan} = e^{-x} \frac{1}{(D - 1 + 1)^2} x$$

$$= e^{-x} \frac{1}{D^2} x = e^{-x} \frac{1}{D} \frac{x^2}{2} = e^{-x} \frac{x^3}{6}$$

$$y_{p1} = \frac{x^3}{6} e^{-x} \text{ dir.}$$

$$B_2(x) = -2 \text{ 0. dereceden polinom olup } s = \pm 1 \text{ dir}$$

Belirsiz katsayılar yöntemi ile $y_{p2} = A$ olma'z anarsak

$$y_{p2}'' = 0, y_{p2}' = 0 \text{ olup denklemde yerlerine yazarsak}$$

$$0 + 2 \cdot 0 + A = -2 \Rightarrow A = -2 \Rightarrow y_{p2} = -2 \text{ bulunur.}$$

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} = \frac{x^3}{6} e^{-x} - 2 \text{ bulunur.}$$

Süre 75 dakikadır. Başarılar

Doç. Dr. Fatma Hıra

$$\text{Genel çözüm } y = y_h + y_p = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + \frac{x^3}{6} e^{-x} - 2 \text{ olur.}$$

Adı Soyadı:

- B -

Numarası:

11.04.2025

MAT 206 DİFERANSİYEL DENKLEMLER II ARA SINAV SORULARI

1. (10p) $y(x) = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 e^x + c_5 \sin x + c_6 \cos x + x + 3$ genel çözümüne karşılık gelen diferansiyel denklem için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- a) Sabit katsayılıdır
b) $T = \{1, x, x^2, e^x, \sin x, \cos x\}$ dir.
c) 6.mertebedir
d) Homojen olmayan denklemdir
e) Karakteristik polinomunun katlı kökü vardır

$$y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 e^x + c_5 \sin x + c_6 \cos x + x + 3$$

$$y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 e^x + c_5 \sin x + c_6 \cos x$$

formunda olup y'' gösterir.
 $T = \{1, x, x^2, e^x, \sin x, \cos x\}$
 $\lambda^2 = 0 \rightarrow \lambda = 0$ 2 katlı
 $\lambda = 1$
 $\lambda^2 + 1 = 0$

2. (10p) Aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi yanlıştır?

- a) $y'' + 3y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen
b) $yy''' - 2y'' = 1 - y^2$: 3.mertebe-lineer-homojen değil
c) $e^x y'' - \frac{1}{x} y' - y = 0$: 2.mertebe-lineer-homojen
d) $y'' - (2-x)y' = 3y$: 2.mertebe-lineer-homojen
e) $y^{(4)} - y' \sin x + \cos y = e^x$: 4.mertebe-lineer değil-homojen değil

Araştır!

3. (10p) $y'' - 4y' = 0$ denkleminin $y(0) = 1, y'(0) = 0$ koşulunu sağlayan çözümü hangisidir?

- a) 1 b) e^{4x} c) $4 - e^{4x}$ d) $2 - e^{4x}$ e) $2e^{4x} - e^{-4x}$
 $\lambda^2 - 4\lambda = 0$
 $\lambda = 0, \lambda = 4$
 $y = c_1 + c_2 e^{4x}$
 $y' = 4c_2 e^{4x}$
 $y(0) = 1 \rightarrow 1 = c_1 + c_2$
 $y'(0) = 0 \rightarrow 0 = 4c_2 \rightarrow c_2 = 0 \rightarrow c_1 = 1 \rightarrow y = 1$

4. (10p) $T = \{e^{-3x} \sin x, e^{-3x} \cos x, x, 1\}$ temel çözüm kümesine karşılık gelen denklem hangisidir?

- a) $y''' + 6y'' + y' = 0$ b) $y^{(4)} - 2y''' + 10y'' = 0$ c) $y^{(4)} + 6y''' + 10y'' = 0$
d) $y^{(5)} + 3y^{(4)} + 5y''' = 0$ e) $y^{(4)} + 6y''' + 10y'' = 0$

$$(\lambda + 3 - i)(\lambda + 3 + i)\lambda^2 = 0 \Rightarrow (\lambda^2 + 6\lambda + 10)\lambda^2 = 0 \Rightarrow \lambda^4 + 6\lambda^3 + 10\lambda^2 = 0$$

5. (10p) Aşağıdakilerden hangisi $(\lambda^2 + 2)\lambda^3(\lambda + 4)(\lambda - 1)^2 = 0$ karakteristik polinomuna karşılık gelen

çözümlerden biri değildir?

- a) e^{-4x} b) $\cos \sqrt{2}x$ c) $x^2 e^x$ d) 1 e) x^2

$$\lambda = \pm \sqrt{2}i \rightarrow \cos \sqrt{2}x, \sin \sqrt{2}x$$
$$\lambda = 0 \rightarrow x, x^2$$
$$\lambda = -4 \rightarrow e^{-4x}$$
$$\lambda = 1 \rightarrow e^x, x e^x$$



6. (25p) $y'''' + 16y' = \cos 4x$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

7. (25p) $y'' + 2y' + y = xe^{-x} - 2$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Aynı bu ile aynı