Adı Soyadı:
Numarası:

A

12.06.2026

DİFERANSİYEL DENKLEMLER II FİNAL SINAVI SORULARI

1. $(x^2-1)y''-2xy'+2y=0$ denklemi için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

$y'' - \underbrace{\frac{2x}{x^2-1}}_{P_1(x)} y' + \underbrace{\frac{2}{x^2-1}}_{P_2(x)} y = 0 \rightarrow x = \mp 1$ tekil nokta

a) $y=\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-2)^n$ seri çözümü aranabilir
$x_0 = 2$ adi nokta

b) $x=-1$ tekil noktadır

c) $y=\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^{n+r}$ seri çözümü aranabilir
$x_0=1$ DTN

d) $x=0$ adi noktadır

e) $y=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}$ seri çözümü aranabilir
buna göre $\rightarrow x_0=0$ DTN olmalı ki değil

- $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ler adi noktadır.
x_0 adi nokta ise $y=\sum a_n (x-x_0)^n$ seri çözümü vardır
- $\lim_{x\to\mp1} (x\mp1) P_1(x)$, $\lim_{x\to\mp1} (x\mp1)^2 P_2(x)$ } sonlu olduğu
$x=\mp1$ düzgün tekil noktadır
x_0 DTN ise $y=\sum a_n (x-x_0)^{n+r}$ seri çözümü vardır

2. $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ için $y = \underbrace{c_1 + c_2 x^4}_{y_h} - \underbrace{\frac{x^3}{3}}_{y_ö}$ genel çözümü verilsin. Aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

a) $y=-\frac{x^3}{3}$ özel çözümdür

b) Denklem ikinci mertebedendir

c) Denklem sabit katsayılıdır

d) $T=\{1, x^4\}$ temel çözüm kümesidir

e) $xy''-3y'=0$ homojen kısımdır

$y = \underbrace{c_1 + c_2 x^4}_{2 \text{ keyfi sabit}} - \frac{x^3}{3}$

$T=\{1, x^4\}$
λ'lardan elde edilemez o halde sabit katsayılı olamaz

A noktası

3. Karakteristik denklemin kökleri 0, 1, 2i, -2i olan diferansiyel denklem için aşağıdakilerden hangisi **doğrudur?**

a) 3. mertebedendir 4.

b) e^{2x} bir çözümdür

c) x bir çözümdür

d) 1 bir çözümdür

e) $\cos x$ bir çözümdür

$\lambda=0 \rightarrow y_1=e^{0x}=1$
$\lambda=1 \rightarrow y_2=e^x$
$\lambda=2i, \lambda=-2i$ } $\alpha=0, \beta=2 \Rightarrow y_3=\sin 2x$, $y_4=\cos 2x$

evet

4. $x^2y'''+xy''+y'=0$ denkleminin çözümü için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

a) Bir $y_1(x)$ çözümü bilinirse Abel formülü ile çözülebilir $\rightarrow$ 2. mertebe homojen denklemlere uygulanır

b) Mertebe düşürme yöntemi ile çözülebilir $\rightarrow y'=u$ için

c) $x=e^t$ dönüşümü ile sabit katsayılı denkleme indirgenerek çözülebilir $\rightarrow$ Cauchy Euler

d) Bir adi nokta için kuvvet serisi olarak çözülebilir

e) Laplace dönüşümü ile çözülebilir

5. a pozitif bir reel sayı olmak üzere $y=e^{ax}$ fonksiyonu $y'''+y''+by'-3y=0$ ve $y'''+by'+y=0$ denklemlerinin her ikisinin de çözümü olduğuna göre b sayısı kaçtır?

a) $-\frac{11}{2}$ **b)** $-\frac{9}{2}$ **c)** $-\frac{7}{2}$ **d)** $-\frac{13}{2}$ **e)** $-\frac{5}{2}$

$y=e^{ax}$ çözüm ise karakteristik denklemleri sağlar $\lambda=a$ için
$\lambda^3+\lambda^2+b\lambda-3=0$
$\lambda^3+b\lambda+1=0$

$\lambda=a$ için $\underbrace{a^3+a^2+ba-3}=0$ ve $\underbrace{a^3+ba+1}_{-1}=0 \rightarrow a^2-4=0 \rightarrow a=\mp2 \rightarrow a=2 \rightarrow 8+2b+1=0$
$2b=-9$
$b=-9/2$

6. $xy''+y'=\sqrt{x},\ \ x>0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

1. yol $y'=u$ dersek $y''=u'$ → $xu'+u=\sqrt{x}$ 1. mertebe olur.

$u'+\frac{1}{x}u=\frac{\sqrt{x}}{x}$ lineer denklemdir. $\lambda(x)=e^{\int\frac{1}{x}dx}=e^{\ln x}=x$ için

$x.u=\int\frac{\sqrt{x}}{x}.x\,dx+c_1$ → $xu=\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{3/2}+c_1$ → $u=\frac{2}{3}x^{1/2}+\frac{c_1}{x}$

$y'=u$ ve $u=\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}+\frac{c_1}{x}$ için → $y'=\frac{2}{3}x^{1/2}+\frac{c_1}{x}$ → $y=\int\left(\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}+\frac{c_1}{x}\right)dx+c_2$

→ $y=\frac{2}{3}\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{3/2}+c_1\ln x+c_2$ → $y=\frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}+c_1\ln x+c_2$

2. yol x ile çarpılırsa $x^2y''+xy'=x\sqrt{x}$ olup Cauchy-Euler denklemi olur. $x=e^t$ dönüşümü ile de sabit katsayılı denkleme indirgenerek çözülür.

Cevap Anahtarı

7. $x^2y''-4xy'+6y=0$ denkleminin bir çözümü $y_1(x)=x^2$ olduğuna göre genel çözümünü bulunuz.

1. yol Abel formülü ile $y''-\underbrace{\frac{4}{x}}_{P_1(x)}y'+\frac{6}{x^2}y=0$

$\begin{vmatrix}x^2 & y\\ 2x & y'\end{vmatrix}=c_1.e^{-\int-\frac{4}{x}dx}$ → $\frac{x^2y'-2xy}{x^4}=\frac{c_1.x^4}{x^4}$

⇒ $\int\left(\frac{y}{x^2}\right)'=\int c_1$

⇒ $\frac{y}{x^2}=c_1x+c_2$

$y=c_1x^3+c_2x^2$

2. yol $y=x^2.u$, $u=u(x)$ dönüşümü yapılırsa $y'=2xu+x^2u'$

$y''=2u+2xu'+2xu'+x^2u''$ olup denklemde yazılıp düzenleme yapılırsa

$x^4u''=0$ → $u''=0$ kalır burada $\lambda^2=0$ → $\lambda=0$ → $u_1=1$, $u_2=x$

$u=c_1+c_2x$ olur.

Süre 75 dakikadır. Başarılar…. **Doç. Dr. Fatma HIRA**

$y=x^2u$ → $y=x^2(c_1+c_2x)$ → $y=c_1x^2+c_2x^3$ elde edilir.

Adı Soyadı:
Numarası:

B

12.06.2026

DİFERANSİYEL DENKLEMLER II FİNAL SINAVI SORULARI

1. $(x^2-1)y''-2xy'+2y=0$ denklemi için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

$y''-\underbrace{\frac{2x}{x^2-1}}_{P_1(x)}y'+\underbrace{\frac{2}{x^2-1}}_{P_2(x)}y=0$

a) $x=0$ adi noktadır

b) $y=\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^{n+r}$ seri çözümü aranabilir → $x_0=0$ DTN olmalı

c) $y=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x+1)^{n+r}$ seri çözümü aranabilir → $x_0=-1$ DTN

d) $x=1$ tekil noktadır

e) $y=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-3)^n$ seri çözümü aranabilir → $x_0=3$ adi nokta

• P_1 ve P_2 için $x=\mp1$ tekil nokta bunlar dışındakiler adi noktadır.

• $\lim_{x\to\mp1}(x\mp1)P_1(x)$ ve $\lim_{x\to\mp1}(x\mp1)^2P_2(x)$ sonlu olduğ[illegible] $x=\mp1$ düzgün tekil noktadır

2. $c_1,c_2\in\mathbb{R}$ için $y=c_1+c_2x^3+\frac{x^4}{4}$ genel çözümü verilsin. Aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

a) Denklem ikinci mertebedendir

b) $y=\frac{x^4}{4}$ özel çözümdür

c) $xy''-2y'=0$ homojen kısımdır

d) $T=\{1,x^3\}$ temel çözüm kümesidir

e) Denklem sabit katsayılıdır ← değişken[illegible]

$y=\underbrace{c_1+c_2x^3}_{y_h}+\underbrace{\frac{x^4}{4}}_{y_ö}$

2 keyfi sabit

Anahtar

$T=\{1,x^3\}$ → λ lardan elde edilemezler

3. Karakteristik denklemin kökleri 1, 0, 3i, -3i olan diferansiyel denklem için aşağıdakilerden hangisi **doğrudur?**

a) 3. mertebedendir

b) e^{3x} bir çözümdür

c) 1 bir çözümdür

d) x bir çözümdür

e) $\cos x$ bir çözümdür

$\lambda=1 \to y_1=e^x$

$\lambda=0 \to y_2=e^{0x}=1$

$\left.\begin{array}{l}\lambda=3i\\ \lambda=-3i\end{array}\right)\begin{array}{l}\alpha=0\\ \beta=3\end{array}$ $\quad y_3=\cos 3x$, $y_4=\sin 3x$

4. $x^2y'''-2xy''+y'=0$ denkleminin çözümü için aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

a) Bir adi nokta için kuvvet serisi olarak çözülebilir

b) Mertebe düşürme yöntemi ile çözülebilir

c) $x=e^t$ dönüşümü ile sabit katsayılı denkleme indirgenerek çözülebilir

d) Bir $y_1(x)$ çözümü bilinirse Abel formülü ile çözülebilir → 2. mertebe olmalıydı

e) Laplace dönüşümü ile çözülebilir

5. a pozitif bir reel sayı olmak üzere $y=e^{ax}$ fonksiyonu $y'''+y''+by'-10y=0$ ve $y'''+by'-y=0$ denklemlerinin her ikisinin de çözümü olduğuna göre b sayısı kaçtır?

a) $-\frac{26}{3}$ b) $-\frac{22}{3}$ c) $-\frac{25}{3}$ d) $-\frac{20}{3}$ e) $-\frac{29}{3}$

$\lambda^3+\lambda^2+b\lambda-10=0$
$\lambda^3+b\lambda-1=0$

$y=e^{ax}$ çözüm ise $\lambda=a$ kök olmalı

$\begin{cases}a^3+a^2+ba-10=0\\ a^3+ba-1=0\end{cases}$

$a=3$ için $27+3b-1=0$
$3b=-26 \to b=-\frac{26}{3}$

$a^2+1-10=0 \to a^2=9$
$a=\mp3 \to a=3$

6. $xy'' + y' = \sqrt{x}, \quad x > 0$ **diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.**

A grubunda çözüldü

Cevap Anahtarı

7. $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$ **denkleminin bir çözümü** $y_1(x) = x^2$ **olduğuna göre genel çözümünü bulunuz.**

A grubunda çözüldü

Süre 75 dakikadır. Başarılar….

Doç. Dr. Fatma HIRA