

Ad :
Soyad :
Numara :

26.06.2026

DİFERENSİYEL GEOMETRİ II BÜTÜNLEME SINAVI SORULARI

SORU 1 $\alpha: \mathbb{R} \rightarrow E^3, t \rightarrow \alpha(t) = (3 \sin t, 3 \cos t, 4t)$ ile tanımlanan eğrinin Frenet elemanlarını bulunuz.

SORU 2 $\alpha: \mathbb{R} \rightarrow E^3, t \rightarrow \alpha(t) = (e^t, \cos t, 3t^2)$ eğrisinin $t = 1$ için normal düzlem denklemini bulunuz.

SORU 3 $\alpha: I \rightarrow E^3$ birim hızlı bir eğri ve $\kappa > 0$ olsun. α bir helis ise $\frac{\tau}{\kappa}$ sabittir, gösteriniz.

SORU 4 Birim hızlı bir α eğrisinin eğrilikleri κ ve τ olduğuna göre α üzerinde $w = \tau T + \kappa B$ ile tanımlanan w vektör alanı için

$$T' = w \times T, N' = w \times N \text{ ve } B' = w \times B$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 5 Geodezik eğriyi tanımlayınız, geodezik eğrilerin her noktada hız vektörlerinin uzunlukları sabittir, ispatlayınız.

Not: Sorular eşit puanlı ve süre 90 dakikadır.

Başarılar
Prof.Dr. İsmail AYDEMİR

Diferansiyel Geometri II Bütünleme Cevap

Anahtar

$$1) \quad \alpha(t) = (3\cos t, 3\sin t, 4t)$$

$$\alpha'(t) = (-3\sin t, 3\cos t, 4)$$

$$\|\alpha'(t)\| = 5 \neq 1$$

$$T = \frac{\alpha'}{\|\alpha'\|} = \left(-\frac{3}{5}\sin t, \frac{3}{5}\cos t, \frac{4}{5} \right)$$

$$B = \frac{\alpha' \times \alpha''}{\|\alpha' \times \alpha''\|} = \left(\frac{12}{15}\cos t, -\frac{12}{15}\sin t, -\frac{9}{15} \right)$$

$$N = B \times T = (-\sin t, -\cos t, 0)$$

$$K = \frac{\|\alpha' \times \alpha''\|}{\|\alpha'\|^2} = \frac{3}{25}, \quad \tau = \frac{\det(\alpha', \alpha'' \times \alpha''')}{\|\alpha' \times \alpha''\|^2} = -\frac{4}{25}$$

$$2) \quad \alpha(t) = (e^t, \cos t, 3t^2) \quad t=1 \text{ için.}$$

normal düzlem denk $\langle \overline{\alpha(t)P}, T \rangle = 0$

$$\alpha'(t) = (e^t, -\sin t, 6t)$$

$$\|\alpha'(t)\| \neq 1 \Rightarrow T = \frac{\alpha'(t)}{\|\alpha'(t)\|}$$

$$\langle \overline{\alpha(t)P}, \frac{\alpha'(t)}{\|\alpha'(t)\|} \rangle = 0$$

$$\Rightarrow \langle \overline{\alpha(t)P}, \alpha'(t) \rangle = 0$$

$$t=1 \text{ için } \langle \overline{\alpha(1)P}, \alpha'(1) \rangle = 0$$

$$\langle (x-e, y-\cos 1, z-3), (e, -\sin 1, 6) \rangle = 0$$

$$ex - \sin 1 y + 6z - e^2 + \sin 1 \cdot \cos 1 - 18 = 0$$

Soru 3 ve 5 için notlara bakınız

Soru 4:

$$T' = KN$$

$$N' = -KT + ZB$$

$$B' = -ZN$$

$$W = ZT + KB$$

$$\underbrace{(ZT + KB)}_W \times T = \underbrace{KN}_{T'} \Rightarrow \boxed{W \times T = T'}$$

$$(ZT + KB) \times N = \underbrace{-KT + ZB}_{N'} \Rightarrow \boxed{N' = W \times N}$$

$$(ZT + KB) \times B = \underbrace{-ZN}_{B'} \Rightarrow \boxed{B' = W \times B} \quad \#$$