Ad :
Soyad
Numara :

13.04.2026

Cevap Anahtarı

MAT 302 DİFERENSİYEL GEOMETRİ II ARASINAV SORULARI

SORU 1 $\alpha(t)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos t,\frac{1}{\sqrt{2}}\sin t,\frac{1}{\sqrt{2}}t\right)$ eğrisi veriliyor. Eğrinin

a) Frenet vektörlerini bulunuz. (30 P)

b) Normal düzlemin denklemini bulunuz. (10P)

SORU 2 α birim hızlı eğrisinin eğriliği $\kappa(s)\neq 0$ olsun. α eğrisinin burulmasının $\tau=\frac{\langle \alpha',\alpha''\wedge\alpha'''\rangle}{\|\alpha''\|^2}$ olduğunu gösteriniz.

SORU 3 $\alpha(t)=(3\cos t,3\sin t,t)$ eğrisini birim hızlı hale getiriniz.

SORU 4 M, E^3 de (I,α) koordinat komşuluğu ile verilmiş yay-parametreli bir eğri olsun. M'nin $\alpha(s)$ noktasındaki Frenet vektörleri $\{T(s),N(s),B(s)\}$ ve eğriliği $\kappa(s)$ olmak üzere

$$T'(s)=\kappa(s)N(s)$$

dır, gösteriniz.

Not: 1. Soru 40 diğerleri 20 puan ve süre 90 dakikadır.

Başarılar

Prof. Dr. İsmail AYDEMİR

CamScanner ile tarandı

Soru 1: $\alpha(s) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, \frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, \frac{1}{\sqrt{2}} s \right)$

a) $\alpha'(s) = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

$\|\alpha'(s)\| = \sqrt{\langle \alpha'(s), \alpha'(s) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$ Birim hızlı

$T(s) = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

$\alpha''(s) = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, 0 \right)$ $\|\alpha''(s)\| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$N = \left(-\cos s, -\sin s, 0 \right)$

$B = T \times N = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, -\frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

b) $\langle \overrightarrow{\alpha(s)P}, T \rangle = 0$, $P(x,y,z)$ için

$\overrightarrow{\alpha(s)P} = \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, y - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, z - \frac{1}{\sqrt{2}} s \right)$

$\langle \overrightarrow{\alpha(s)P}, T \rangle = \left\langle \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, y - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, z - \frac{1}{\sqrt{2}} s \right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sin s, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos s, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\rangle$

$-\frac{x}{\sqrt{2}} \sin s + \frac{y}{\sqrt{2}} \cos s + \frac{z}{\sqrt{2}} + \cancel{\frac{1}{2} \cos s \sin s} - \cancel{\frac{1}{2} \sin s \cos s} - \frac{1}{2} s$

$$\boxed{-\frac{\sin s}{\sqrt{2}} x + \frac{\cos s}{\sqrt{2}} y + \frac{z}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} s = 0}$$

CamScanner ile tarandı

Soru 3: $\alpha(t) = (3\cos t,\ 3\sin t,\ t)$

$\alpha'(t) = (-3\sin t,\ 3\cos t,\ 1)$

$\|\alpha'(t)\| = \sqrt{\langle \alpha'(t), \alpha'(t)\rangle} = \sqrt{9\sin^2 t + 9\cos^2 t + 1} = \sqrt{10} \neq 1$ Birim hızlı değil.

$\beta(s) = \alpha(\underbrace{h(s)}_{t})$

$s(t) = \int_0^t \|\alpha'(u)\|\,du = \int_0^t \sqrt{10}\,du = \sqrt{10}\,u\Big|_0^t = t\sqrt{10} \Rightarrow s = t\cdot\sqrt{10}$

$t = \frac{s}{\sqrt{10}}$

$\beta(s) = \alpha(\underbrace{h(s)}_{t})$

$= \alpha\left(\frac{s}{\sqrt{10}}\right) = \left(3\cos\left(\frac{s}{\sqrt{10}}\right),\ 3\sin\left(\frac{s}{\sqrt{10}}\right),\ \frac{s}{\sqrt{10}}\right)$ elde edilir.

Kontrol: $\|\beta'(s)\| = 1$.

Soru 2 ve Soru 4 için defter bakınız

CamScanner ile tarandı