

Cevap Anahtarı

29.01.2026

Sayılar Teorisi I Bütünleme Soruları

1- a) $13x - 5y + 4z = 17$ Diophant denkleminin genel çözümünü bulunuz.

b) $3^{6^{19}+19}$ sayısının 17 ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

2- $f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 10 \equiv 0 \pmod{343}$ polinom kongrüansın $f(x) \equiv 0 \pmod{7}$ çözümü verildiğine göre $f(x) \equiv 0 \pmod{343}$ çözümünü bulunuz.

3- $7x^{13} \equiv 5 \pmod{11}$ kongrüansını mod 11 primitif kök bulup onun yardımıyla çözümünü bulunuz.

4- a) ~~$1+\sqrt{5}$~~ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ irrasyonel sayısını sürekli kesre açınız.

b) Açılımı $\{1, \sqrt{12}\}$ olan irrasyonel sayıyı bulunuz.

5- a) $\left(\frac{219}{383}\right) = ?$

b) $n = p^\alpha \cdot q^\beta$ ($p \neq q$), $\alpha \neq \beta$, $\alpha, \beta \geq 1$ olsun

n^3 sayısının pozitif bölenleri sayısı 28 ise

n^4 sayısının pozitif bölenleri sayısını bulunuz.

Not: Sorular eşit puanlıdır.

1- a) $(13, -5, 4) = d = 1$ $(-5, 4) = d_1 = 1$ $\beta = -4, 8 = -5$
 $-5d + 48 = 1$, $d = -1$ $8 = -1$ $13x + t = 17$ $x_0 = 1$ $t_0 = 4$

$x = 1 + 0$ $t = 4 - 3u$ $y = -4 + 13u - 4u$
 $z = -4 + 13u - 5u$

b) $3^{16} \equiv 1 \pmod{17}$ $x = 6^{19} + 19$ ise $x \equiv 0 \pmod{16}$
 $6^{19} \equiv 0 \pmod{16}$, $19 \equiv 3 \pmod{16}$ $x \equiv 3 \pmod{16}$

$3^{6^{19}+19} \equiv 3^3 \equiv 27 \equiv 10 \pmod{17}$ kalan = 10 olur.

$$2-) b=1 \text{ olup } f(1)=14 \quad f'(1)=10$$

$$10k \equiv -\frac{14}{7} \pmod{7} \quad k \equiv 4 \pmod{7} \quad x = 1 + 4 \cdot 7 \equiv 29 \pmod{49}$$

$$b^1=29 \quad f(29)=27734 \quad f'(29)=2754$$

$$2754k \equiv -\frac{27734}{49} \pmod{7} \quad k \equiv 5 \pmod{7}$$

$$x = 29 + 5 \cdot 49 \equiv 274 \pmod{343} \text{ bulunur.}$$

$$3-) 2^1=2 \quad g=2 \text{ primitif } k^{\parallel}k$$

$$2^2=4$$

$$2^3=8$$

$$2^4=5$$

$$2^5=10$$

$$2^6=9$$

$$2^7=7$$

$$2^8=3$$

$$2^9=6$$

$$2^{10}=1$$

$$7x \equiv 5 \pmod{11}$$

$$13 \text{ ind } x \equiv (\text{ind } 5 - \text{ind } 7) \pmod{10}$$

$$13 \text{ ind } x \equiv (4 - 7) \pmod{10}$$

$$3 \text{ ind } x \equiv -3 \pmod{10}$$

$$\text{ind } x = 9 \quad x = 6 \text{ bulunur.}$$

$$4) a) \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \{1, \bar{1}\} \quad b) \{1, \bar{1}, 2\} = \sqrt{3}$$

$$5) a) \left(\frac{219}{383} \right) = 1 \quad b) n = p^\alpha q^\beta \Rightarrow n^3 = p^{3\alpha} q^{3\beta}$$

$$(3\alpha+1)(3\beta+1) = 28 = 1 \cdot 28$$

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 14 \\ 4 \cdot 7 \\ 7 \cdot 4 \\ 14 \cdot 2 \end{array}$$

$$(3\alpha+1)=4 \quad 3\beta+1=7$$

$$\alpha=1$$

$$\beta=2$$

$$x=2 \quad \alpha=2 \quad \beta=1 \text{ olur.}$$