

Ad-Soyad:
Numara:

— Cevap Anahtarı —
SAYILAR TEORİSİ I ARA SINAV SORULARI

- 1) a) 8 ile bölünebilme kuralını bulunuz.
b) $2^{5^{19}} + 1$ sayısının 19 ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.
- 2) $f(x) = x^3 + 19x^2 - x + 51 \equiv 0 \pmod{42}$ kongrüansının varsa en küçük kökler için çözümünü bulunuz.
- 3) $f(x) = x^3 + 19x^2 - x + 23 \equiv 0 \pmod{7^3}$ kongrüansının çözümü varsa bir tanesini bulunuz. (en küçük kök için)
- 4) $x^{17} \equiv 29 \pmod{41}$ kongrüansını $g = 6$ primitif kök yardımıyla çözünüz.
- 5) $5x + 6y + 7z \equiv 11$ Diophant denkleminin varsa genel çözümünü bulunuz.

BAŞARILAR

1 - a) sayımız $N = a_n 10^n + \dots + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$ olsun.
 $10^3 \equiv 0 \pmod{8}$ olduğundan $10^2 \equiv 4 \pmod{8}$, $10 \equiv 2 \pmod{8}$
olup $4a_2 + 2a_1 + a_0 \equiv 0 \pmod{8}$ olmalıdır.

b) $(2, 19) = 1$, $\varphi(19) = 18$ $2^{18} \equiv 1 \pmod{19}$
 $5^{19} \equiv a \pmod{18}$, $\varphi(18) = 6$ $5^6 \equiv 1 \pmod{18}$

$(5^6)^3 \cdot 5 \equiv 5 \pmod{18}$ $2^{5^{19}} \equiv 2^5 \equiv 13 \pmod{19} = 2 + 1 \equiv 14 \pmod{19}$
2 - $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $f(x) \equiv x^3 + 19x^2 - x + 51 \equiv 0 \pmod{2}$
 $\equiv 0 \pmod{3}$
 $\equiv 0 \pmod{7}$ için

en küçük kökler sıra ile $b_1 = 1$ $b_2 = 0$ $b_3 = 1$
 $a_1 = 1$ $a_2 = 0$ $a_3 = 1$
 $M_1 = 21$ $M_2 = 14$ $M_3 = 6$
 $b_1 = 1$ $b_2 = 2$ $b_3 = 6$ bulunur

$21 + 0 + 36 = 57 \equiv 15 \pmod{42}$
bulunur.

$21b_1 \equiv 1 \pmod{2}$
 $14b_2 \equiv 1 \pmod{3}$
 $6b_3 \equiv 1 \pmod{7}$

$$4) (17, 40) = 1 \quad a = 6^b \pmod{41} \quad 29 \equiv 6^7 \pmod{41}$$

$b=7$, 1/7 a'den var.

$$17 \text{ind} x \equiv \text{ind} 29 \pmod{40}$$

$$17 \text{ind} x \equiv 7 \pmod{40} \quad \text{ind} x = 34 \text{ bulunur}$$

$$x \equiv 13 \pmod{41} \Rightarrow x = \overline{13} \text{ olur.}$$

$$3) x^3 + 19x^2 - x + 23 \equiv 0 \pmod{7}$$

$b_1=1 \quad b_2=2 \quad b_3=6$ en büyük kök $b_1=1$

$$f(1) = 42 \quad f'(1) = 40$$

$$40k \equiv -\frac{42}{7} \pmod{7} \quad k \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x = 1 + 3 \cdot 7 \equiv 22 \pmod{49}$$

$$b_1' = 22 \quad f(22) = 19845 \quad f'(22) = 2287$$

$$2287k \equiv \frac{-19845}{49} \equiv -405 \pmod{7}$$

$$5k \equiv 1 \pmod{7} \quad k \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 22 + 3 \cdot 49 \pmod{7^3} \Rightarrow x = \overline{169} \text{ bulunur.}$$

$$5) a_1=5 \quad a_2=6 \quad a_3=7 \quad (5, 6, 7) = d = 1 \quad (6, 7) = d_1 = 1$$

$$\beta = -7 \quad \delta = 6 \quad 6\alpha + 7\delta = 1 \quad \alpha = 6 \quad \delta = -5$$

$$y = 6t - 7u$$

$$z = -5t + 6u$$

$$5x + t = 11 \quad x_0 = 2 \quad t_0 = 1$$

$$x = 2 + u \quad t = 1 - 5u, \quad u \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2 + u$$

$$y = 6 - 30u - 7u$$

$$z = -5 + 25u + 6u$$

bulunur. ($u \in \mathbb{Z}$)