

MAT 205 DİFERANSİYEL DENKLEMLER I FİNAL SINAVI SORULARI

1. (10p) $y' + \frac{1}{x}y = 0$ denkleminin $y(1)=1$ koşulunu sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y = \frac{1}{x^2}$

b) $xy = 1$

c) $y = \frac{2}{x}$

d) $y = x+1$

e) $y = e^{x-1}$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int -\frac{dx}{x} \rightarrow \ln y = -\ln x + \ln c \rightarrow xy = c$ genel çözüm
 $y(1)=1 \rightarrow 1 \cdot 1 = c \rightarrow c=1 \rightarrow xy=1$ istenilen çözüm

2. (10p) Aşağıdaki denklemlerden hangisi lineerdir?

a) $y'' + yy' = 2x$

b) $y' + x^2y^2 = 2x$

c) $yy'' - x^2y' = x^2$

d) $y' + x^2 = (y' + yy')^2$

e) $y''' - 3y' + (3 - x^2)y = 2x$

3. (10p) $xdy - (5x^3 - 2y)dx = 0$ denkleminin integral çarpanı x ise genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $x^2y - x^5 = c$

b) $xy - \frac{5x^4}{4} + 2x^2y = c$

c) $2x^2y - x^4 = c$

d) $3xy - \frac{5x^4}{4} = c$

e) $xy^2 - x^5 = c$

x integral çarpanı ise denklemin her iki tarafını da x ile çarparsak
 $x^2dy - 5x^4 + 2xydx = 0$ ten diktir. O halde

$$x^2dy - 5x^4dx + 2xydx = 0$$

$$x^2dy - 5x^4dx + 2xydx = 0$$

$$\int d(x^2y) - \int 5x^4dx = \int 0$$

$$x^2y - x^5 = c \text{ genel çözüm}$$

4. (10p) Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

a) $y' = \frac{f}{xy}$, $y(0)=1$ tek çözümü vardır f sürekli, $f_y = x$ sürekli olduğundan tektir

b) $y' = \frac{y}{x^2}$, $y(0)=-1$ çözümün tekliği garanti değildir $f = x=0$ da sürekli olmadığı için

c) $y' = \sin y$, $y(1)=2$ çözümün tekliği garanti değildir $f = \sin y$, $f_y = \cos y$ her iki de sürekli fakat

d) $y' = \frac{y}{x-1}$, $y(2)=1$ tek çözümü vardır

e) $y' = \frac{x^2 + 2xy^2}{f}$, $y(1)=2$ tek çözümü vardır $f = x-1$ $f_y = 2y$ f ve $f_y = 4xy$ sürekli

5. (10p) Aşağıdakilerden hangisi $y = cx$, $c \in \mathbb{R}$ eğri ailesinin dik yörüngelerinden biridir?

a) $y = \frac{x}{2}$

b) $x^2 - y^2 = 1$

c) $y = x^2 - 1$

d) $x^2 + y^2 = 2$

e) $y^2 = x - 1$

dik yörüngelerin eğimleri çarpımı -1 olmalıdır.

$$y = cx \rightarrow y' = c \rightarrow y = y'x \rightarrow y' = \frac{y}{x} \text{ dir.}$$

$$\frac{y}{x} \cdot \frac{-x}{y} = -1 \text{ sağlanır.}$$

6. (3x10=30p) $yy' + 1 = (y')^2 + x(y')^2$ denklemini verilsin.

a) Genel çözümünü bulunuz.

$$yy' = y'^2 + x(y')^2 - 1 \rightarrow y = xy' + \overbrace{y' - \frac{1}{y'}}^{f(p)} \quad \text{Clairaut denklemdir}$$

$$(uysa y' = p \text{ isin } y = xp + \overbrace{p - \frac{1}{p}}^{f(p)})$$

$p = c$ isin $y = xc + c - \frac{1}{c}$ genel çözüm

b) Varsa tekil çözümünü bulunuz.

$$\begin{aligned} x &= -f'(p) \\ y &= xp + f(p) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{tekil çözüm} \\ \text{buradan bulunabilir} \end{array} \right\}$$

$$f(p) = p - \frac{1}{p} \rightarrow f'(p) = 1 + \frac{1}{p^2}$$

$$x = -1 - \frac{1}{p^2} \rightarrow x+1 = -\frac{1}{p^2} \rightarrow p^2 = -\frac{1}{x+1}$$

$$y = p \cdot (-1 - \frac{1}{p^2}) + p - \frac{1}{p} \Rightarrow y = -\frac{2}{p} \rightarrow p = -\frac{2}{y} \rightarrow p^2 = \frac{4}{y^2}$$

$$f''(p) = -\frac{2}{p^3} \neq 0 \text{ oldan}$$

$$y^2 = -4(x+1) \quad \text{tekil çözüm}$$

c) Varsa zarfını bulunuz.

$$y^2 = -4(x+1) \text{ genel çözümde yerine yazılırsa}$$

$$y = cx + c - \frac{1}{c} \rightarrow cy = c^2x + c^2 - 1 \rightarrow c^2(x+1) - cy = 0$$

$$c^2 \cdot (-\frac{y^2}{4}) - cy = 0$$

$$\Rightarrow cy^2 + 4cy + 4 = 0$$

$$(cy + 2)^2 = 0$$

$$c = -\frac{2}{y} \text{ çift kök olduğu}$$

7. (20p) $(y - xy')^2 - 4y^2 = 0$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

oldan $y^2 = -4(x+1)$ zarfı olur

1M, 2D yeni yüksek dereceli denklemdir. Çarpılarına ayrılırsa

$$(y - xy') - 2y) \cdot (y - xy' + 2y) = 0 \quad \text{olup buradan } y - xy' - 2y = 0 \text{ ve } y - xy' + 2y = 0 \text{ olur.}$$

$$\text{Yani } -y - xy' = 0 \quad \text{ve} \quad 3y - xy' = 0$$

$$xy' = -y$$

$$x \frac{dy}{dx} = -y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x} \quad \text{DA}$$

$$\ln y = \ln x + \ln c$$

$$xy = c$$

$$3y = x \frac{dy}{dx}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{dy}{3y} \quad \text{DA}$$

$$\ln x = \frac{1}{3} \ln y + \ln c$$

$$3 \ln x - \ln y = \ln c$$

$$\frac{x^3}{y} = c$$

İstenen genel çözüm

$$(xy - c)(\frac{x^3}{y} - c) = 0$$

denot bulunur.

Adı Soyadı:

Numarası:

B

14.01.2026

MAT 205 DİFERANSİYEL DENKLEMLER I FİNAL SINAVI SORULARI

1. (10p) $y' + \frac{x}{y} = 0$ denkleminin $y(1) = 1$ koşulunu sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $y^2 = \frac{1}{x^2}$

b) $x + y = 2$

c) $y - \frac{2}{x} = 1$

d) $x^2 + y^2 = 2$

e) $y = 2x - 1$

2. (10p) Aşağıdaki denklemlerden hangisi lineerdir?

a) $y'' + yy' = 2x$

b) $y'' + (x^2 - 8)y' - e^x y = x - 1$

c) $y'' - x^2 y' = x^2$

d) $y' + x^2 = (y' + xy)^2$

e) $y''' - 3y' + (3y - x^2)y = x^3$

3. (10p) $y dx - (5y^3 - 2x) dy = 0$ denkleminin integral çarpanı y ise genel çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

a) $xy - \frac{5y^5}{4} = c$

b) $y^2 x - y^5 = c$

c) $2xy^2 - y^4 = c$

d) $3xy - \frac{5y^4}{4} = c$

e) $x^2 y - y^5 = c$

4. (10p) Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

a) $y' = \cos y$, $y(1) = 2$ çözümün tekliği garanti değildir

b) $y' = \frac{y}{x^2}$, $y(0) = -1$ çözümün tekliği garanti değildir

c) $y' = 2xy$, $y(0) = 1$ tek çözümü vardır

d) $y' = \frac{y}{x-1}$, $y(2) = 1$ tek çözümü vardır

e) $y' = x^2 - 2xy^2$, $y(2) = -1$ tek çözümü vardır

5. (10p) Aşağıdakilerden hangisi $y = cx$, $c \in \mathbb{R}$ eğri ailesinin dik yörüngelerinden biridir?

a) $y = \frac{x-3}{2}$

b) $x^2 - y^2 = 1$

c) $y = x^2 - 3$

d) $y^2 = 2x - 1$

e) $x^2 + y^2 = 4$

$y = cx \rightarrow y' = c \rightarrow y = y'x \rightarrow y' = \frac{y}{x}$

$2xy' = 2 \rightarrow y' = \frac{1}{y}$

$2x + 2yy' = 0 \rightarrow y' = -\frac{x}{y}$

diğer bşşer için

$\frac{y}{x} \cdot -\frac{x}{y} = -1$ çözümleri çarpımı -1 olur

6. (3x10=30p) $yy' + 1 = (y')^2 + x(y')^2$ denklemini verilsin.

a) Genel çözümünü bulunuz.

b) Varsa tekil çözümünü bulunuz.

c) Varsa zarfını bulunuz.

Cevaplar A grubu ile aynı
Cevap Anahitleri

7. (20p) $(y - xy')^2 - 4y^2 = 0$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.