



Ad :
Soyad :
Numara :

05.07.2024

MAT 302 DİFERENSİYEL GEOMETRİ II FİNAL SORULARI



SORU 1

$\alpha : \mathbb{R} \rightarrow E^3$, $\alpha(s) = \left(a \cos \frac{s}{c}, a \sin \frac{s}{c}, \frac{bs}{c} \right)$, $a, b \in \mathbb{R}$, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ eğrisinin

Frenet 3- ayaklısını bulunuz.

SORU 2

α birim hızlı eğrisinin eğriliği $\kappa(s) \neq 0$ olsun. α 'nın burulmasının

$$\tau = \frac{\langle \alpha', \alpha'' \wedge \alpha''' \rangle}{\|\alpha''\|^2} \text{ olduğunu gösteriniz.}$$

SORU 3

$\alpha(t) = (6t, 3t^2, t^3)$ eğrisinin helis olduğunu gösteriniz.

SORU 4

M , E^n de bir hiperyüzey ve S de M üzerinde şekil operatörü olsun. S bir simetrik dönüşümdür. Gösteriniz.

SORU 5

$f(x, y, z) = x^2 yz - y + z - 5 = 0$ denklemi ile verilen yüzeyin $P(1, 1, 3)$ noktasındaki normal vektörünü ve teğet düzleminin denklemini bulunuz.

Diferansiyel Geometri Cevap Ananton

SORU 1:

$$\alpha'(s) = \left(-\frac{a}{c} \sin \frac{s}{c}, \frac{a}{c} \cos \frac{s}{c}, \frac{b}{c} \right) \Rightarrow \|\alpha'(s)\| = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$$

$\Rightarrow s \in I$ yay parametresidir.

$$T(s) = \alpha'(s)$$

$$N(s) = \frac{\alpha''(s)}{\|\alpha''(s)\|}$$

$$B(s) = T(s) \wedge N(s)$$

$$T(s) = \left(-\frac{a}{c} \sin \frac{s}{c}, \frac{a}{c} \cos \frac{s}{c}, \frac{b}{c} \right)$$

$$\alpha''(s) = \left(-\frac{a}{c^2} \cos \frac{s}{c}, -\frac{a}{c^2} \sin \frac{s}{c}, 0 \right) \Rightarrow \|\alpha''(s)\| = \frac{a}{c^2}$$

$$N(s) = \left(-\cos \frac{s}{c}, -\sin \frac{s}{c}, 0 \right)$$

$$B(s) = T(s) \wedge N(s) = \left(\frac{b}{c} \sin \frac{s}{c}, -\frac{b}{c} \cos \frac{s}{c}, \frac{a}{c} \right) \neq$$

SORU 2: Deftere Bakınız.

SORU 3: $d(t) = (6t, 3t^2, t^3)$ helis old göster

$$d'(t) = (6, 6t, 3t^2)$$

$$\|d'(t)\| = \sqrt{36 + 36t^2 + 9t^4} = 3t^2 + 6 \neq 1$$

$$d''(t) = (0, 6, 6t)$$

$$d'''(t) = (0, 0, 6)$$

$$\alpha' \times \alpha'' = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 6 & 6t & 3t^2 \\ 0 & 6 & 6t \end{vmatrix} = (18t^2, -36t, 36)$$

$$\|d' \times d''\| = 18(t^4 + 4t^2 + 4)^{1/2} = 18(t^2 + 2)$$

$$\det(\alpha', d'', d''') = \begin{vmatrix} 6 & 6t & 3t^2 \\ 0 & 6 & 6t \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 216$$

$$K = \frac{\|d'' \times d'''\|}{\|d''\|^3} = \frac{18(t^2 + 2)}{(3t^2 + 6)^3}$$

$$C = \frac{\det(\alpha', d'', d''')}{\|d' \times d''\|^2} = \frac{216}{18^2(t^2 + 2)^2}$$

$$\frac{K}{C} = \frac{18(t^2 + 2)}{(3t^2 + 6)^3} \cdot \frac{18^2(t^2 + 2)^2}{216} = \frac{18^3}{3^3 \cdot 6^3} = \frac{18^3}{18^3} = 1$$

0 hake helis

SORU 4: Deftere Bokiniz

SORU 5: $f(x,y,z) = x^2y^2 - y + z - 5 = 0$

$P(1,1,3)$ noktasında

$$\nabla f|_P = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_P, \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_P, \frac{\partial f}{\partial z} \Big|_P \right)$$

$$= \left(2xy^2 \Big|_P, (x^2y - 1) \Big|_P, (x^2y + 1) \Big|_P \right)$$

$$= \left(2 \cdot 1 \cdot 1^2 \cdot 3, 1^2 \cdot 1 - 1, 1^2 \cdot 1 + 1 \right)$$

$$= (6, 2, 2)$$

$ax + by + cz + d = 0$ idi

$$6x + 2y + 2z + d = 0$$

↓ P yi yerine yazarız

$$6 + 2 + 2 + d = 0$$

$$d = -14$$

olup

$$6x + 2y + 2z - 14 = 0 \quad \text{teyet düzlemin denklemdir}$$