

Ad :
Soyad
Numara :

10.04.2025

MAT 302 DİFERENSİYEL GEOMETRİ II ARASINAV SORULARI

SORU 1

$\alpha(s) = \left(\frac{4}{5} \cos s, 1 - \sin s, -\frac{3}{5} \cos s \right)$ eğrisi veriliyor. Eğrinin

- Eğriliğini ve burulmasını bulunuz. (30 P)
- Normal düzlemin denklemini bulunuz. (10P)

SORU 2

$\alpha(t) = (t, \sin t, \cos t)$ eğrisinin helis olup olmadığını araştırınız.

Soru 1: $\alpha(s) = \left(\frac{4}{5} \cos s, 1 - \sin s, -\frac{3}{5} \cos s \right)$

a) $\alpha'(s) = \left(-\frac{4}{5} \sin s, -\cos s, \frac{3}{5} \sin s \right)$

$\|\alpha'(s)\| = 1$ Birim hızlı. $\Rightarrow T = \alpha'(s)$

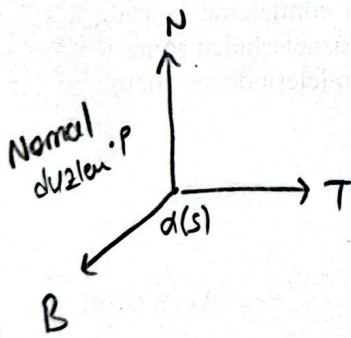
$\alpha''(s) = \left(-\frac{4}{5} \cos s, \sin s, \frac{3}{5} \cos s \right) = N$

$B = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ -\frac{4}{5} \sin s & -\cos s & \frac{3}{5} \sin s \\ -\frac{4}{5} \cos s & \sin s & \frac{3}{5} \cos s \end{vmatrix} = \left(-\frac{3}{5}, 0, -\frac{4}{5} \right)$

$K = \langle T, B \rangle = 1$

$\tau = \langle N, B \rangle = 0$

Soru b) Normal düzlem denklemleri.



Normal düzlem üzerinde $P = (x, y, z)$ noktası alalım. O halde düzlem denklemleri

$\langle \overline{\alpha(s)P}, T \rangle = 0$

$\left\langle \left(x - \frac{4}{5} \cos s, y - 1 + \sin s, z + \frac{3}{5} \cos s \right), \right.$

$\left. \left(-\frac{4}{5} \sin s, -\cos s, \frac{3}{5} \sin s \right) \right\rangle = 0$

$-\frac{4}{5} \sin s x - \cos s y + \frac{3}{5} \sin s z + \frac{16}{25} \cos s \sin s - \cos s - \sin s \cos s + \frac{9}{25} \cos s \sin s = 0$

$-\frac{4}{5} \sin s x - \cos s y + \frac{3}{5} \sin s z - \cos s = 0$

Soru 2 : $\alpha(t) = (t, \sin t, \cos t)$

$$\alpha'(t) = (1, \cos t, -\sin t)$$

$$\|\alpha'(t)\| = \sqrt{1 + \cos^2 t + \sin^2 t} = \sqrt{2} \neq 1 \quad \text{Birim hızı değil}$$

Helis olması için gerek $\det(\alpha'', \alpha''', \alpha^{(4)}) = 0$ olmasıdır

$$\det(\alpha'', \alpha''', \alpha^{(4)}) = \begin{vmatrix} 0 & -\sin t & -\cos t \\ 0 & -\cos t & \sin t \\ 0 & \sin t & \cos t \end{vmatrix} = 0 \quad \text{olup eğri helistir.}$$

3. ve 4. soruların cevapları için deftere bakınız