

Adı Soyadı:

Numarası:

15.11.2025

2025-2026 SOYUT MATEMATİK I DERSİ ARA SINAV SORULARI

1) a) $[p \wedge (q \vee r)] \vee [(p \wedge q') \vee (p \wedge r)]$ önermesinin en sade halini bulunuz.

b) i) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^4 > 0$ ii) $x, y \in \mathbb{Q}$, için $\forall x \exists y [x + y = \frac{1}{5}]$
önermelerinin doğruluk değerlerini ve olumsuzlarını bulunuz.

c) ab bir çift sayı ise a ve b birer çift sayıdır önermesinin doğru olup olmadığını gösteriniz.

2) a) $\{A_i\}_{i \in I}$ küme ailesi verilsin. Bu durumda

$$(\bigcup_{i \in I} A_i)' = \bigcap_{i \in I} A_i'$$

olduğunu gösteriniz.

b) A, B ve C kümeleri verilsin.

$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$

olduğunu **küme özelliklerinden faydalananarak** gösteriniz.

c) A ve B kümeleri verilsin. $A \subseteq B$ ise $P(A) \subseteq P(B)$ olduğunu , gösteriniz.

Başarılar

Doç. Dr. Çağla Çelemoğlu

Süre: 60 dk

NOT: İlk 30 dk sınavdan çıkılmayacaktır.

Cevap Anahtarı

1) a) $[p \wedge (q \vee r)] \vee [(p \wedge q') \vee (p \wedge r)]$ önermenin sadeleştirilmesi

$$\equiv [p \wedge (q \vee r)] \vee [p \wedge (q' \vee r)]$$

$$\equiv [p \wedge [(q \vee r) \vee (q' \vee r)]]$$

$$\equiv p \wedge [(q \vee q') \vee (r \vee r)]$$

$$\equiv p \wedge [1 \vee r]$$

$$\equiv p \wedge 1 \equiv p \text{ olur}$$

b) i) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^4 > 0$ önermenin doğruluk değeri 0'dır.
Çünkü $x=0 \in \mathbb{Z}$ $0^4=0$ dir.

Bu önermenin olumsuzluğu $\exists x \in \mathbb{Z}, x^4 \leq 0$ dir.

ii) $x, y \in \mathbb{Q}$ $\forall x \exists y [x+y = \frac{1}{5}]$ önermenin doğruluk değeri 1'dir. Çünkü $\forall x \in \mathbb{Q}$ için $x = \frac{1}{5} - y$ olup seçilir.
 $(y = \frac{1}{5} - x)$ tkr.

Olumsuzluğu. $\exists x \forall y [x+y \neq \frac{1}{5}]$

c) $a \cdot b$ bir çift sayı ise a ve b birer çift sayıdır. Önermesi yanlıştır. Çünkü

$a \cdot b = 6$ alınırsa $a=2, b=3$ olup a ve b den biri tek bir çifttir. Yani her durumda bu önerme doğru olmaz. Bu önerme yanlıştır.

2) a) Keyfi bir $x \in (\bigcup_{i \in I} A_i)'$ alalım.

$$x \in (\bigcup_{i \in I} A_i)' \Leftrightarrow x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$$

$$\Leftrightarrow \forall i \in I \text{ için } x \notin A_i$$

$$\Leftrightarrow \forall i \in I \text{ için } x \in A_i'$$

$$\Leftrightarrow x \in \bigcap_{i \in I} A_i'$$

x keyfi oldundan

$$\left(\bigcup_{i \in I} A_i \right)' = \bigcap_{i \in I} A_i'$$

b)

$$A - (B - C) = A - (B \cap C')$$

$$= A \cap (B \cap C')'$$

$$= A \cap (B' \cup C)$$

$$= (A \cap B') \cup (A \cap C)$$

$$= (A - B) \cup (A \cap C)$$

c) $A \subseteq B$ ise $P(A) \subseteq P(B)$ old. gösterelim.

Keyfi bir $X \in P(A)$ alalım.

$$X \in P(A) \Rightarrow X \subseteq A$$

$$\Rightarrow X \subseteq B$$

$$\Rightarrow X \in P(B)$$

olup $P(A) \subseteq P(B)$ dir.