

CEBİR I B GRUBU QUIZ SORULARI

1) 10353 ve 3538 sayılarının obeklerini Öklid algoritması yoluyla belirleyiniz.

$10353.x + 3538.y = d$ olacak şekilde $x, y \in \mathbb{Z}$ sayılarını bulunuz.

$$10353 = 2 \cdot 3538 + 3277$$

$$3538 = 1 \cdot 3277 + 261$$

$$3277 = 12 \cdot 261 + 145$$

$$261 = 1 \cdot 145 + 116$$

$$145 = 1 \cdot 116 + \textcircled{29}$$

$$116 = 4 \cdot 29 +$$

$$29 = 145 - 1 \cdot 116$$

$$= -1 \cdot 261 + 2 \cdot 145$$

$$= 2 \cdot 3277 - 25 \cdot 261$$

$$= -25 \cdot 3538 + 27 \cdot 3277$$

$$= 27 \cdot 10353 - 79 \cdot 3538$$

2) a) p tek asal olmak üzere $\varphi(2^n \cdot p) = 192$ şartını sağlayan tüm (p, n) ikililerini bulunuz.

$$(a, b) = d \quad (b, r) = t \text{ olsun}$$

$$d|a \wedge d|b \Rightarrow r = a - bq \Rightarrow d|r \text{ olup } d|t$$

$$t|b \wedge t|r \Rightarrow a = bq + r \Rightarrow t|a \text{ olup } t|d$$

$$\Rightarrow t = d$$

b) $a = bq + r$, $a, b, r, q \in \mathbb{Z}$ için $(a, b) = (b, r)$ olduğunu gösteriniz.

$$\varphi(2^n \cdot p) = \varphi(2^n) \varphi(p) = 2^{n-1} (p-1) = 2^6 \cdot 3$$

$$(6, 7), (5, 13), (2, 97) \text{ olur.}$$

CEBİR I A GRUBU QUIZ SORULARI

1) 8211 ve 2806 sayılarının obeblerini Öklid algoritması yoluyla belirleyiniz.

8211.x + 2806.y = d olacak şekilde $x, y \in \mathbb{Z}$ sayılarını bulunuz.

$$8211 = 2 \cdot 2806 + 2599$$

$$2806 = 1 \cdot 2599 + 207$$

$$2599 = 12 \cdot 207 + 115$$

$$207 = 1 \cdot 115 + 92$$

$$115 = 1 \cdot 92 + 23$$

$$92 = 4 \cdot 23 + 0$$

$$23 = 115 - 1 \cdot 92$$

$$23 = -1 \cdot 207 + 2 \cdot 115$$

$$23 = 2 \cdot 2599 - 25 \cdot 207$$

$$23 = 27 \cdot 8211 - 79 \cdot 2806$$

2) a) $a = bq + r$, $a, b, r, q \in \mathbb{Z}$ için $(a, b) = (b, r)$ olduğunu gösteriniz.

$$(a, b) = d \quad (b, r) = t \quad \text{olsun.}$$

$$d \mid a \wedge d \mid b \Rightarrow r = a - bq \Rightarrow d \mid r \text{ olup } d \mid t$$

$$t \mid b \wedge t \mid r \Rightarrow a = bq + r \Rightarrow t \mid a \text{ olup } t \mid d$$

$$\Rightarrow t = d$$

b) p tek asal olmak üzere $\varphi(2^n \cdot p) = 192$ şartını sağlayan tüm (p, n) ikililerini

bulunuz.

$$\varphi(2^n \cdot p) = \varphi(2^n) \varphi(p) = 2^{n-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) (p-1)$$

$$= 2^{n-1} (p-1) = 2^6 \cdot 3$$

$$(6, 7), (5, 13), (2, 97)$$