

Adı Soyadı =
No =

26.04.2024

2023-2024 BAHAR DÖNEMİ MATEMATİK

KOMP. FONK. TEO. GİRİŞ ÖDEV SORULARI

1) $|a| < 1$ ve $w = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ olsun. O zama

Aşağıdaki kümeleri \mathbb{C} -kompleks düzleminde bulunuz.

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid |w| < 1\} \quad B = \{z \in \mathbb{C} \mid |w| = 1\}, \quad C = \{z \in \mathbb{C} \mid |w| > 1\}$$

2) Aşağıdaki kümeleri \mathbb{C} -kompleks düzleminde çizin. Hangileri açık kümedir, açıklayınız.

a) $A_1 = \{z \mid |z| < 3\}$ b) $\{z \mid 1 < \operatorname{Re} z < 3\} = A_2$

c) $A_3 = \{z \mid \operatorname{Re} z < 3\} \cup \{3\}$

Not: Her soru eşit puanlıdır. Süre 50 dakikadır. Başarılar

CEVAPLAR

ÖDEV ÇÖZÜMLERİ

$$1) |w| < 1 \Rightarrow \left| \frac{z-a}{1-\bar{a}z} \right| < 1 \Rightarrow |z-a| < |1-\bar{a}z|$$
$$\Rightarrow |z-a|^2 < |1-\bar{a}z|^2$$

$$\Rightarrow (z-a)(\overline{z-a}) < (1-\bar{a}z)(\overline{1-\bar{a}z}) \Rightarrow (z-a)(\bar{z}-\bar{a}) < (1-\bar{a}z)(1-a\bar{z})$$

$$\Rightarrow z\bar{z} - z\bar{a} - a\bar{z} + a\bar{a} < 1 - a\bar{z} - \bar{a}z + \bar{a}az\bar{z}$$

$$\Rightarrow |z|^2 + |a|^2 < 1 - |a|^2|z|^2 \Rightarrow |z|^2 + |a|^2(|z|^2 + |a|^2 - 1) < 0$$

$$\Rightarrow |z|^2(1+|a|^2) - (1+|a|^2) < 0 \Rightarrow (1+|a|^2)(|z|^2 - 1) < 0$$

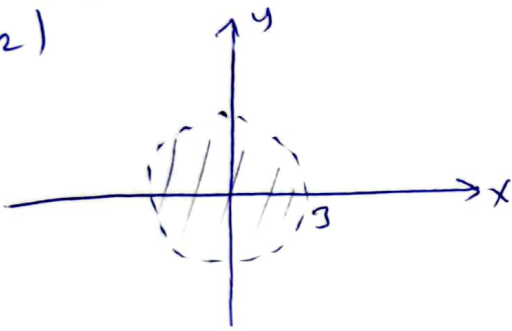
$1+|a|^2 > 0$ olduğundan $|z|^2 - 1 < 0$ olmalı yani $|z| < 1$ olmalı.

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$$

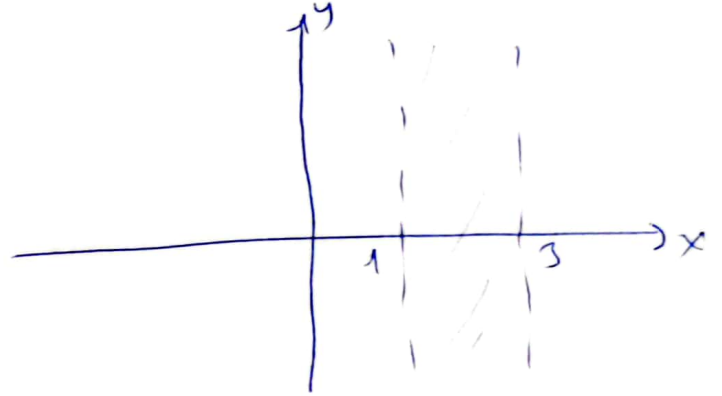
Aynı şekilde diğerleri de $B = \{z \mid |z| = 1\}$ $C = \{z \mid |z| > 1\}$

bulun.

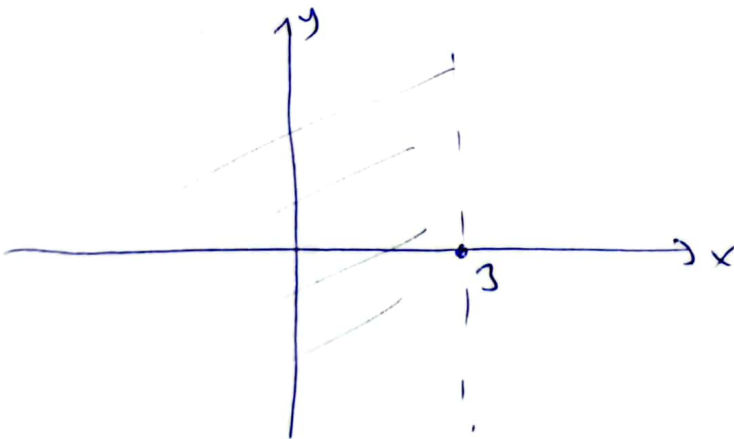
2)



A asık



B asık



C asık değil