

SOYUT MATEMATİK II QUIZ SORULARI

(30p) 1) $a, b \in \mathbb{N}$ olmak üzere $ab = 0$ ise $a = 0$ veya $b = 0$ olduğunu gösteriniz.
Aksini kabul edelim. Yani $a \cdot b = 0$ ve $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ olsun.
 $a \neq 0 \Rightarrow a = k^+$ oş $k \in \mathbb{N}$ ve $b = r^+$ oş $r \in \mathbb{N}$ vardır
 $0 = a \cdot b = k^+ \cdot r^+ = (k+r)^+ = k^+ + r^+ = \underbrace{(k^+ + r^+)}_{\in \mathbb{N}}$ olur ki
bu bir çelişkidir. O halde
 $a \cdot b = 0$ ise $a = 0$ veya $b = 0$ dir

(45p) 2) a) $x, y \in \mathbb{Z}, x > 0, y > 0$ olsun. $y < x$ ise $y^2 < x^2 + y$ olduğunu gösteriniz.
 $x = [a, b] > 0 \Rightarrow a - b > 0 \Rightarrow a > b \Rightarrow a = b + k$ oş $k \in \mathbb{N}^*$
 $y = [c, d] > 0 \Rightarrow c - d > 0 \Rightarrow c > d \Rightarrow c = d + l$ oş $l \in \mathbb{N}^*$
 $y < x \Rightarrow [c, d] < [a, b] \Rightarrow c + b < d + a \Rightarrow d + a = c + b + r$ oş $r \in \mathbb{N}^*$
 $\Rightarrow d + b + k = d + l + b + r$
 $\Rightarrow k = l + r$ oş $r \in \mathbb{N}^*$
Kabul edelim ki $y^2 \geq x^2 + y$ yani $x^2 + y \leq y^2$ olsun
 $x^2 + y \leq y^2 \Rightarrow [a, b][a, b] + [c, d] \leq [c, d][c, d]$
 $\Rightarrow [a^2 + b^2, 2ab] + [c, d] \leq [c^2 + d^2, 2cd]$
 $\Rightarrow [a^2 + b^2 + c, 2ab + d] \leq [c^2 + d^2, 2cd]$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 + c + 2cd \leq 2ab + d + c^2 + d^2$
 $\Rightarrow b^2 + 2bk + k^2 + b^2 + d + l + 2d^2 + 2dl \leq 2b^2 + 2bk + d + d^2 + 2dl + l^2 + d^2$
 $\Rightarrow l + 2l + l \leq 0$ (çelişki.) O halde $y^2 < x^2 + y$
b) $[4, 1][x, 3] + [7, 5x] = [x + 3, x + 1]$ ifadesindeki bilinmeyeni varsa bulunuz.

(25p)

$$\begin{aligned} & [4x+3, 12+x] + [7, 5x] = [x+3, x+1] \\ \Rightarrow & [4x+10, 12+6x] = [x+3, x+1] \\ \Rightarrow & 4x+10+x+1 = 12+6x+x+3 \\ \Rightarrow & 2x = -4 \Rightarrow x = -2 \notin \mathbb{N} \text{ o.k.} \\ & \text{böyle bir } x \text{ bulunamaz} \end{aligned}$$